II.
IOANNIS HISPALENSIS
LIBER ALGORISMI DE PRATICA ARISMETRICE.

(Biblioteca Imperiale di Parigi, Codice contrassegnato *Ancien Fonds*, n.° 7359, fol. 85 *recto* — 111 *verso*).

Incipit prologus in libro alghoarismi de pratica arismetrice. Qui editus est a magistro Iohanne yspalensi. fol. 85 *recto*, col. 1.

Qviquis in quatuor matheseos disciplinis efficatius uult proficere, numerorum rationes primum studeat apprehendere. Tota enim mathesis speculatio numerorum rationibus innititur, et pene omnis phylosophie profunditas non nisi cognitione numeri tamquam claui aperitur. His namque solis et diuersas uices temporum coligimus. Hiis mundane concordie amicas proportiones comprehendimus. Hiis etiam astrorum motus, et multiplices erratitium syderum uariationes inuenimus. Ad habendam autem plene numerorum notitiam, oportet prenoscere, qui numeri dicantur digiti, qui articuli, quique compositi. Qualiter autem fiant agregationes et diminutiones, multiplicationes et diuisiones. Insuper etiam suarum radicum adinuentiones. Quibus singulis ordine et ratione precognitis, facilior comparabitur diligentie lectoris ad ea que secuntur intellectus.

Incipit liber algoarismi de pratica arismetrice.



Unitas est origo et prima pars numeri. Omnis enim numerus ex ea componitur: sed ipsa extra omnem numerum intelligitur. Quia unum ad esse suum non indiget numero; sed numerus numquam inuenitur absque uno. Duo enim uel tria etc. non possunt esse, si unum defuerit. Vnum uero potest esse, quamuis duo uel tria numquam sint. Nichil enim aliud sunt duo quam unius duplicatio siue geminatio, nec tria quam unius triplicatio, et sic de ceteris. Vnde numerus sic diffinitur: diffinitio numeri. numerus est unitatum collectio; que quia in infinitum progre-

ditur; multitudo enim crescit in infinitum. Ideo apertissimis
fol. 85 *recto*, col. 2. indis | sub quibusdam regulis et certis limitibus infinita numerositas coarctatur, ut de infinitis difinita disciplina traderetur e fuga subtilium rerum sub alicuius artis certissima lege teneretur. Vnde unitatem, que est principium numeri, primum limitem constituerunt; ex cuius multiplicatione numerus, qui fuit usque ad nouem, inter ipsam et denarium posuerunt, sicuti binarium, ternarium et ceteros usque ad nouem. Deinde ad instar unitatis posuerunt denarium, secundum limitem, ex cuius duplicatione .20., et triplicatione .30., et similiter alios qui secuntur usque ad .90. composuerunt. Rursus centum, tertium limitem esse dixerunt; ex quo centenario duplicato et triplicato, ad instar priorum limitum, alios nouem numeros, ut cc. ccc. et similiter ceteros usque ad mille procreauerunt. Quartum uero limitem, mille esse uoluerunt; ex cuius millenarii multiplicatione, ad similitudinem priorum .9. millenariorum, numeros composuerunt, ut duo milia, tria milia, et sic usque ad .9. milia. Quintum limitem, decem milia dixerunt, et Sextum, centum milia, et septimum, millies millium. Rursum octauum, decies millies millium. Nonum uero, centies millies millium. Decimum uero, millies mille millium. Vndecimum uero, decies millies millies millium; et sic sequentes ex decuplatione precedentis limitis procreantes limites in infinitum processerunt. Horum autem numerorum alios uocauerunt digitos, alios articulos, alios compositos. Omnes enim numeri a primo limite procreati dicuntur digiti, ut duo, tres et omnis usque ad .9. A ceteris uero limitibus prouenientes dicuntur articuli, ut .20. 30. et sic usque ad .90, uel ducenti, trecenti et omnes usque ad nongenta, uel duo milia, tria milia et omnes usque ad nouem milia, et sic deinceps in omnibus limitibus. Qui autem inter
fol. 85 *verso*, col. 1. articulos inueniuntur, uocantur compositi, ut | undecim, tredecim, uel .21. .32., et sic in omnibus articulis omnium limitum preter primum.

Notandum autem, quod singulis limitibus cum numeris a se procreatis indi dederunt nomina. Primum scilicet limitem cum numeris a se procreatis uocantes differentiam unitatum, et primam, in qua duplicatur et triplicatur quidquid est inter unum et nouem. Secundum autem cum numeris prouenientibus a se, differentiam decenorum, et secundam, in qua duplicatur ac triplicatur quicquid est inter .10. et .90. Tercium uero cum numeris a se procreatis differentiam centenorum, et terciam, in qua duplicatur ac triplicatur quicquid est inter .c. et nongenta. Similiter quantum differentiam millium et quartam, in qua multiplicatur quicquid est inter mille et 9000. Quinta uero differentia est decem milium, et sic in ceteris denominationem a limitibus facientes, ordinem eorum naturalem obseruarent.

Ordines uero siue limites numerorum a primis numeris, qui digiti uocantur, et sunt .9. per decuplos in infinitum procedunt. Vnde in unoquoque limite numerorum sunt termini .9., nec plures excogitari possunt. Omnes autem, qui sunt in ceteris limitibus, preter primum, articuli solent appellari. Vt sit primus limes ab uno usque ad .10. Secundus a .10. per decuplos primorum digitorum usque ad .c. Tercius uero a .c. per decuplos secundorum usque ad M, et sic quartus per decuplos terciorum, et sic deinceps in aliis. Constat ergo, unumquemque limitem .9. numeros continere. Primum numeros unitatum. Secundum decenorum. Tercium centenorum. Quartum millenorum. Quintum decem millenorum, et similiter ceteros omnes siquidem per nouenos terminos distinctos.

Ut . . . . (1) autem hunc mentis conceptum propter disciplinam facilius exprimerent doctrine seruientes .9. figuras inuenerunt, quatenus eorum ordine et commutatione quecum-

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea 28 della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin*, n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 85 *verso*, col. 1ª, lin. 35).

fol. 85 *verso*, col. 2. que predicta sunt, etiam uisui subice|rent. Que figure, et earum numerus, et ordo hec sunt 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.

Est autem in aliquibus figurarum istarum apud multos diuersitas. Quidam enim septimam hanc figuram representant .ꝗ., Alii autem sic .ϑ., uel sic .𝒴., Quidam vero quartam sic .ϛ. Quocumque autem modo hee figure fiant, pro uarietate locorum, diuersas significant species numerorum. Vt enim prime differentie .9. numeros representent: primo loco quelibet illarum poni precipiuntur. Sed ut numeros secunde, non iam primo loco, sed secundo uersus sinistram scriptoris ponuntur, preposito circulo in primo loco uersus dexteram scriptoris, vt per hec prima differentia uacua esse ostendatur: vt autem numeros tercie differentie representare uideantur, tercio loco prepositis duobus circulis, scribuntur, ut ex duobus prescriptis circulis in tercia differentia, que est centenorum cognoscantur. Et similiter in ceteris, secundum processum locorum, crescit decuplatio numerorum. Vnaqueque enim istarum figurarum continue bis posita, eadem sequens decupla est sui precedentis. Prima ergo notula in primo loco posita erit significans unum. In secundo .10. In tertio. c. In quarto .M. In quinto decem milia. In sexto centum milia, et sic in ceteris. Similiter secunda notula in primo loco significat .2. In secundo .20. In tercio .200. In quarto duo .M. Tercia similiter in primo tria. In secundo .30. In tercio .300. In quarto tria milia, et sic in ceteris. Que, ut melius cognoscantur, oportet ut declarentur exemplis. Vnitas enim per se posita unum significabit hoc modo .1. Si vero circulus in prima parte, et unitas in secundo loco ponitur, decem representat hoc modo .10. Similiter figura binarii per se posita, duo significat sic .2. Si uero circulus ei prescribitur, uiginti representat hoc modo .20. Similiter figura ternarii, preposito circulo, triginta significat ita .30. Quaternarii uero figura post circulum | posita 40

fol. 86 *recto*, col. 1. significat sic .40. Si autem duo circuli prepositi fuerint uni-

tati, ipsa centum significabit hoc modo .100. Si vero tres circuli, mille significabit hoc modo 1000. Sed binarius ducenta hoc modo 200. Vel duo millia hoc modo 2000. Et similiter omnes notule posite, secundum numerum differentiarum, habent representare numeros diversarum decuplationum.

Si autem diuersarum differentiarum numeri . . . . (1), aut diuersis figuris fuerint simul representandi, notula aut note ponentur in naturali dispositione, videlicet que significat numerum prime differentie ponetur primo loco, et que representauit numerum secunde differentie, eadem aut alia secundo loco; et sic de tercia et quarta et ceteris faciendum intellige. Verbi gratia: uolens eadem figura representare .C. et undecim, pones tres unitates ita .111.; aut uolens representare ducenta uiginti duo, eadem figura dispones figuram binarii, ita .222.; prima enim illarum in primo loco defforsum (*sic*) posita representat .2., secunda .20., tertia ducenta. Si uero diuersis figuris .123. representare uolueris, sic ordinabis .123.

Si uero in dispositione cuiuslibet numeri interciderit differentia uacua, ponetur in loco ejus circulus, videlicet ut si numerus tercie et prime differentie est significandus, id est ducenta et .4., erit differentia secunda uacua. Ponetur itaque figura quaternarii in primo loco, et circulus in secundo, et figura binarii in tertio loco hoc modo .204. Hec autem eadem regula seruanda est in omni dispositione numerorum. Ostenso igitur qualiter per dispositionem nouem prepositarum figurarum, et decimi circuli omnis numerus possit figurari, et qui sint etiam digiti, qui articuli, et qui compositi numeri, transeundum est ad cetera capitula. Sed primum dicendum est de agregatione numerorum. |

---

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea sesta della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin*, n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 86 *recto*, col. 1, lin. 9).

fol 86 recto, col. 2.

Regule de Scientia agregandi.

Agregare est quoslibet duos numeros uel plures in unum colligere. Cum igitur uolueris numerum numero agregare, numerum cui agregandum est ordinabiliter per differentias suas pones. Deinde numerum agregandum sub eo per suas etiam differentias consimiliter dispones, primam scilicet differentiam inferioris sub prima superioris, et secundam sub secunda. Quibus numeris in duobus ordinibus uno sub altero sic dispositis, numerum prime differentie inferioris numeri numero sibi superposito adiunges. Ex quorum agregatione, si colectus fuerit denarius uel alius articulus pro denario, unitatem, aut pro uiginti figuram binarii, uel pro .30. figuram ternarii, et sic de ceteris in sequenti differentia pones. Sed super caput numeri superioris in eadem differentia reperti. Sed in loco superioris numeri cui agregaueras. Si nichil infra articulum remanserit, circulum scribes, qui differentiam occupet, ne forte cum uacua fuerit, differentie minuantur, et putetur prima que est secunda. Si autem remanserit digitus, vel ex agregatione utrorumque numerorum peruenerit tantum digitus, eum in loco superioris, sed prius deleti numeri pones: deinde numerum secunde differentie inferioris numeri numero supra se posito agregabis. Et si ex eorum agregatione collectus fuerit articulus et digitus, articulum numero precedentis differentie superpones; sed in loco numeri cui agregaueras iam deleti digitum scribes. Si uero tantum articulus ex agregatione prouenerit, loco superioris numeri cui agregaueras, circulum, et super caput precedentis articulum scribes. Si uero tantum collectus fuerit digitus, ipsum in eadem differentia superioris numeri cui agregaueras iam deleti signabis figura propria representante eum. Cum autem numerum inferiorem superiori agregaueris supra quem positus fuerit articulus, ipsum etiam articulum cum numero | superiori cui superponitur numero inferiori agregabis; et hunc ordinem in

fol. 86 verso, col. 1.

sequentibus differentiis usque ad ultimam seruabis. Quod ut planius fiat, declaretur exemplo. Preponatur ei numerus sexcentum .25., et agregentur ei .586., quorum hec est figura: se-

625
586

narius quoque, qui est in prima differentia inferioris numeri, agregetur quinario, qui est in prima differentia superioris numeri, et fient undecim, qui est compositus ex digito, scilicet unitate et articulo, idest decem: loco igitur quinarii superioris deleti ponatur digitus, scilicet unitas. Et quia articulus numquam remanet ubi nascitur, necesse est igitur semper, ut ad sequentem differentiam transferatur. Ideo super caput numeri ibidem positi unitas, que in secunda differentia decem significat, scribatur. Deinde octonarius secunde differentie inferioris ordinis binario secunde differentie superioris ordinis agregetur; et cum unitate pro articulo sibi superposita fuerit .xi; vnitas ergo quia est digitus loco binarii et articuli superpositi deletorum scribatur, et unitas articulus ad sequentem differentiam transferatur, et super numerum ibidem positum, scilicet senarium, scribatur. Deinde ex quinario ultime differentie inferioris numeri, et senario ultime differentie superioris, et unitate articulo superposita fuerit .12. Duo ergo, qui est digitus, loco senarii et articuli superpositi deletorum scribatur, et unitas articulus ad sequentem, id est quartam differentiam transmutetur. Summa ergo que ex predictorum numerorum agregatione prouenerit hec est, scilicet 12 11., quod subjecta figura declarat | 12 11 |. Si autem in aliqua differentia inferioris fuerit numerus, et in superiori circulus, ponatur in loco circuli superioris numerus sub eo positus, eo quod nullus numerus est superius, cui aliquid addatur hoc modo

6.	0.	1.
5	8	6

. Vnde cum circulus est inferius numero super circulum posito, nichil est quod addatur. In agregatione etenim non est necesse ut omnes omnibus agregentur, | sicuti cum pauci numeri pluribus agregantur, videlicet ut cum ad C. 24. agregentur .12. fol. 86 verso, col. 2.

hoc modo .124. Inferioris etenim solis supra se positis in eisdem differentiis agregantur et non aliis .1. 2. Si autem in agregando ab ultima differentia incipere uolueris, articulum non oportebit super caput alicujus numeri ponere. Sed retro uersus sinistram , vt in precedenti exemplo. Si ultima, que est quinque ultime superiori que est sex agregare uolueris, unitas que est digitus loco deleti senari ponetur ; et unitas que est articulus ad ulteriorem semper differentiam uersus sinistram transfertur , et idem prouenit.

Post agregationem autem, utrum bene agregaueris, sic probabis. Minue unum inferiorem ex eo qui ex utrorumque agregatione collectus est; et si remanserit ex eo prior numerus, bene agregasti. Vel aliter de utroque agregandorum .9. quociens poteris; prius subtractis, que de utroque preter .9. remanserit, sibi agrega; et ipsum agregatum, si digitus fuerit, vel de eo .9., sublatis quociens potueris quod remanserit, retine pro nota. Postea de illo qui ex utriusque numeri agregatione prouenit, similiter .9. quociens potueris sublatis, si quid remanserit prescripta nota fuerit, bene agregasti. Si uero non tantus fuerit de quo novem subtrahi possint, tunc si ipse par predicte note fuerit, bene agregasti, ut in predicto exemplo patet.

Regule de Scientia diminuendi.

Diminuere est quemlibet numerum ex maiore se . . . . (1) subtrahere. Cum igitur uolueris numerum de numero minuere, minuentem sub minuendo minorem, scilicet sub maiore consequenter per differentias suas, constitue primam minoris sub prima maioris, et secundam sub secunda et ceteras sic in ordine si tot fuerint. Deinde incipiens ab ultima differentia inferioris numeri minues unamquamque de diffe-

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea 24 della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice contrassegnato *Ancien Fonds Latin*, n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 86 *verso*, col. 2, lin. 30).

rentia supra | se posita. Si tantus in ea numerus fuerit. Si uero in superiori differentia non tantus fuerit numerus, de quo possit inferior diminui, uel etiam nullus numerus ibi sit, sed tantum circulus a secunda differentia si in ea est numerus, uel ab alia qualibet se sequente, que post ipsa prima numerum habuit, unitatem tolles, et eam ad significandum .10. loco circuli pones. Quelibet enim differentia sequens decupla est ad precedentem. Ex quo denario minues inferiorem, et quod remanserit dimites in loco circuli, uel etiam numero ibidem inuento, ex quo diminuere quod debueras non potuisti, agregabis. Similiter unamquamque differentiam a sua superiori subtrahendo, leuiter quemlibet numerum ab alio maiori poteris diminuere. Verbi gratia: uolumus diminuere tria milia sexcenta quatuor de .12. milibus uiginti quinque; quorum dispositionis hec est figura

12025
3604

. Cum autem minuendus esset numerus inferiori ultime differentie, id est ternarius de superiori, scilicet binario quia non poterat minui. Accepimus unitatem de secunda differentia, que significabat decem, quam adiungentes binario, fecimus .12. Ex quibus, subtracto ternario, remansit nouenarius, quem notauimus in loco binarii. Postea cum deberemus minuere senarium de superiori differentia, quia erat ibi circulus. Accepimus unitatem nouenario qui erat in differentia secunda et, remanente ibi octonario, transposuimus unitatem per decem loco circuli, eo quod esset in secundo loco ab eo. Ex quo denario minuentes senarium, remansit quaternarium, quem significauimus loco circuli. De binario uero, qui erat in secunda differentia, nichil minuimus, eo quod esset circulus sub eo. Quaternarium uero, qui est in prima differentia, minuimus de quinario supra posito, et remansit unitas in loco qui|narii, et hec residui numeri figura | 8421 | . Item ponamus aliud exemplar numeri alio modo, de quo nichil remaneat in quibusdam differentiarum superiorum. Ponamus ergo numerum | 1444 |,

fol. 87 *recto*, col. 1.

fol. 87 *recto*, col. 2.

de quo minuimus 144, et constituimus alterum sub altero, secundum differentias suas, scilicet quatuor sub .4. in prima differentia, et iterum quatuor sub .4. in secunda. Deinde unum sub .4. in tercia differentia hoc modo $\frac{2444}{144}$. Cum ergo minuimus unum de .4. remanent tres. Cum autem .4. de .4. in utraque differentia, nichil remanet hoc modo .1300. Semper enim cum numerum inferiorem de superiori minuis, si nichil remanserit, pones ibi circulum, ut ostendas ipsam differentiam remanere uacuam.

Si uero in secunda differentia, de qua debes unitatem accipere, nichil fuerit, accipies de tercia. Sed si in tercia nichil fuerit, accipies de quarta uel ab ea que, etsi remota, tamen prima numerum habuit. De qua unitatem sumptam in differentia uacua sibi proxima per .10. pones: de quibus .10. iterum sumptam unitatem, ibidem remanentibus nouem, ad aliam proximam differentiam uacuam ad representandum .10. transferres. Quod tamdiu facies, donec in singulis uacuis remanentibus .9., unitatem pro denario ad eam differentiam deducas. De qua numerum infra se positum detrahas: verbi gratia: ponantur decem millia, et de eis minuamus .15. hoc modo 10000: supra unum, quem uolo minuere de superiori, non est nisi circulus, sed neque in secunda ab ea, neque in tercia differentia, sed tantum in quarta : in qua, quia non est nisi unitas, ipsam reduco ad terciam differentiam. In qua quia .10. significat de ipsis decem .9. ibidem manentibus unitatem sumptam, iterum ad secundam differentiam transferto : quod tam diu facio, donec in differentia uacua unitatem pro decem ponam:
fol. 87 verso, col. 1. de qua inferiori | numero, idest uno subtracto, nouem sicut in aliis remaneant. De quibus nouem, subtracto uno, pro decem remanent octo ; et de 10 sublatis quinque loco circuli, remanent quinque hoc modo $\frac{9985}{15}$: Similiter etiam faciendum est, si tales numeri disponantur sic 200000.

Notandum autem, quod et quia articulus ubi nascitur, non remanet; ideo in agregatione et diminutione, siue a prima, siue ab ultima differentia, quocumque modo incipias, ipsum ad differentiam naturali ordine scribendi, aput Arabes sequentem necesse est semper, ut transferas uel alii numero, si in ea fuerit ad iungendum, uel nullo ibi inuento. Solum per se ponendum. Potes tamen et in agregatione ab ultima differentia incipere, et in diminutione a prima, uel in utraque ab ultima, uel in utraque a prima, si uolueris. Attamen si facilius fiet, ut in exemplis supra monstratum est.

Post diminutionem autem, utrum bene diminueris, sic probabis. Adde numerum inferiorem residuo numero; et si ex eorum agregatione prouenerit primus numerus, recte diminuisti, uel aliter. De diminuendo numero, sublatis nouem quociens poteris, quod remanserit retine pro nota. Deinde post diminutionem si de diminuente et residuo simul acceptis .9. quociens potueris sublatis, prescripta remanserit nota, bene diminuisti.

Regula de Scientia duplandi.

Dvplare aliquem numerum est eius duplicati summam colligere. Numerum ergo, quem duplare uolueris, per suas differentias in ordinem dispone, et numerum ultime differentie prius duplica; et quod ex eius duplicatione prouenerit, prima figura representa hoc modo, scilicet si denarius prouenerit, pones pro eo sicut in agregatione unitatem in secundo loco:| sed si digitus significabit illum in eodem loco. Si autem fol. 87 *verso*, col. 2.
digitus et articulus ex duplatione prouenerint, sicut in aliis, digitus remanebit in eodem loco, sed articulus transibit ad sequentem. Idem quoque fiet in ceteris differentiis sequentibus. Verbi gratia: duplare uolo .978. Quibus dispositis per proprias differentias hoc modo .978., incipio ab ultima differentia duplare; et dico quod bis .9. fuerit .18. Octo igitur, qui est digitus, scribatur ibidem loco .9. deleti; et denarius, qui

est articulus, scribatur uersus sinistram in posteriori differentia. Deinde bis .7. fiunt quatuordecim. Quattuor ergo, qui est digitus, scribatur loco septenarii, et denarius articulus transferatur ad ulteriorem, in qua est octo, cui agregata unitate fiunt .9.; cuius nouenarii figura scribatur ibi. Deinde bis octo fiunt .16. Senarius ergo scribatur ibidem loco octonarii, et unitas pro .10. transferatur ad sequentem differentiam ubi est quaternarius, cui adiuncta unitate, fiunt 5: fiunt igitur ex duplatione prepositi numeri .1956., quod subiecta figura declarat | 1956 |.

Si autem an recte duplaueris probare uolueris, ipsum qui ex duplatione prouenerit dimidia; et si eius medietas fuerit numerus, quem dupplandum proposuisti, bene duplasti. Sin autem, errasti vel aliter. De numero, quem duplare uoluisti uel uolueris, subtrahe nouem quociens poteris; et si quid minus .9. uel tantum .9. remanserit, in se duplica. Et ex duplato si quid preter .9., vel ipsi .9. tantum prouenerit, retine pro nota. Deinde ex duplato numero, subtractis .9. quociens poteris, si remanserit, retenta nota, bene duplasti; sin autem non.

Regula de Sciencia mediandi. |

fol. 88 *recto*, col. 1. Mediare aliquem numerum est ipsum in duas equales partes seccare. Cum ergo aliquem numerum dimidiare uolueris, eius per differentias suas dispositi, prime differentie numerum, si par fuerit, in duo media partire; et eius una pretermissa medietate, alteram loco sui integri deleti scribe. Si uero fuerit impar, partem eius minorem, scilicet parem, loco deleti imparis scribe. Sed medietatem unitatis mediande, que superest, per figuram ternarii, preposito circulo subtus, describe hoc modo .20.; eo quod unitatem in .60. sexagenas partes tantum indi diuidere uoluerunt, sicut in sequentibus clarescet. Deinde si in secunda differentia fuerit numerus, partire eum sicut prius fecisti, eius scilicet medietatem, si par fuerit posita in eodem loco. Si uero impar minor eius pars,

scilicet par, in eadem differentia ponatur: sed quia unitas in secundo loco .10. significat per eius medietatem representanda quinarii figura translata ad primam differentiam unitatum ei numero, qui ibi fuerit, agregetur, et pro utraque una figura ibi describatur. Si uero non fuerit ibi numerus, sed circulus, loco circuli ponatur. Aut si non fuerit in eadem differentia nisi unitas tantum, loco eius delete, in eadem differentia circulum scribe, et pro eius medietate precedentis differentie numero quinarium adiunge, et pro utroque agregato unam figuram scribe. Similiter facies in aliis differentiis. Quod ut clarius fiat exemplo, proponatur numerus mediandus, scilicet 9. 7. 8. 3.; sed medietas ternarii est unitas, et medietas alterius unitatis; sed unitas loco ternarii ponatur, et pro medietate unitatis ternarius, preposito circulo, subtus eamdem differentiam scribatur: loco uero octonarii eius medietas, quaternarius scilicet ponatur loco septenarii, ternario posito pro medietate superhabundantis | unitatis, quinarius numero precedentis differentie, scilicet quaternario agregetur; et ibidem pro utroque nouenarii figura scribatur: loco uero nouenarii scribatur quaternarius, et pro medietate unitatis quinarius, numero precedentis differentie ternario adiungatur, et pro utroque figura octonarii scribatur. Ex mediatione ergo precedentis numeri remanent | 4891 | et dimidium; quod subiecta figura declarat

4891
30

.

fol. 88 *recto*, col. 2.

Si autem numeros delere uolueris, medietates parium subtus eos in eisdem differentiis pone : pro medietatibus autem unitatum quinarium super precedentem differentiam scribe; et supra positis, et infra positis agregatis, mediationis summam confice; quod subiecta figura declarat. Manentibus ergo omnibus numeris supremis ante, et infinitis agregatis, conficitur numerus, qui et supra fiebat, scilicet .4891. et dimidium.

55
9 7 8 3
4 3 4 1
30

Si autem, utrum bene dimidiaueris, probare uolueris, dupla ipsum qui ex mediatione remanet; et si prouenerit primus, quem mediandum proposuisti, bene dimidiasti; vel aliter mediandi numeri notam serua. Et si post mediationem mediati numeri nota prioris numeri fuerit medietas, bene dimidiasti. Aliter non.

Nota quia duplare, et mediare . . . . (1) sub scientia multiplicandi et diuidendi continetur. Dimidiare etenim est species diuidendi, et duplare species multiplicandi ; et tamen quia necessaria sunt ad inueniendam radicem, que duplando, et mediando inuenitur. Ideo hic per se ponuntur, cum tamen post tractatum multiplicandi, et diuidendi deberent conuenientius poni.

Regula de Scientia multiplicandi.

Aliquem numerum multiplicare est, ipsum secundum unitates sui ipsius uel alterius numerare. Omnis enim numerus fol. 88 *verso*, col. 1. aut in se multiplicatur, | aut in alium. Tunc ergo numerus in se, uel in alium multiplicatur. Cum quociens ipse, uel alius in se unitates habuerit, tociens in se uel in alium ipse numeratur. Cuius rei quisquis peritiam habere desiderat, necesse est ut in multiplicatione digitorum omnium in se, et ad inuicem se frequenter exerceat, et singulorum multiplicationis summam in promptu teneat: huius itaque multiplicationis doctrina talis est. Cum enim aliquem numerum multiplicare uolueris in alium, utrumque suis differentiis dispositum unum sub altero sic ordina, videlicet ut sub ultima differentia numeri multiplicandi, prima multiplicantis differentia ponatur, et cetere; ut que sunt in suo ordine consequenter se sequantur. Deinde ultimam differentiam superioris, scilicet multiplicandi numeri, in ultimam inferioris multiplica. Et si

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea settima della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin*, n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 88 *recto*, col. 2, lin. 28.ª).

digitus, et articulus ex eorum multiplicatione prouenerit, digitum in rectum superioris numeri super ultimam differentiam inferioris scribe, et articulum ad sequentem, scilicet secundam ab ipsa in rectum digiti transpone. Deinde eandem ultimam differentiam superioris numeri in penultima inferioris multiplica. Sed numeri, qui ex multiplicatione prouenerit, digitum super differentiam, in qua multiplicasti, in ordine aliorum pone. Articulum uero, si ibi fuerit, numero sequentis differentie adiunge, et pro numero, qui ex utriusque agregatione prouenerit, figuram unam scribe, uel in loco circuli, si secunda differentia uacua fuerit, articulum translatum pone. Et hoc facere non cessabis, donec ultimam ipsam superioris usque in ipsam inferioris multiplicaueris. Ex quorum multiplicatione digitus si prouenerit superioris ultimo loco delete scribetur; aut si non prouenerit digitus, loco ultime superioris ponetur circulus. Si uero fuerit ibi articulus, sequentis differentie numero agregabitur; et pro utroque figura una scribatur, aut loco circuli, si ibi fuerit, ponetur. His ita peractis, mutabis numerum inferiorem una differentia | uersus partem dexteram, ponendo scilicet eius primam differentiam sub penultima superioris numeri, et ceteras cum ea, ut sunt in ordine, nisi fuerit superiori differentia, id est penultima uacua. Que si fuerit uacua, mutabis eam ad terciam uel ad quartam differentiam uersus dexteram; quia differentia uacua nullam facit multiplicationem, cum nullum numerum in se contineat: vnde mutandus est numerus ad differentiam habentem numerum. Que differentia multiplicanda est in omnibus differentiis inferioris ordinis eo modo, quo factum est in ultima. Et hec talis tamdiu fiat mutatio, donec uniuerse differentie numeri superioris multiplicentur in omnibus inferioris per successionem, et colligatur numerus, qui fit ex eorum omnium multiplicatione. Et hec multiplicandi perfecta regula est : ad cuius rei declarationem

fol. 88 *verso*, col. 2.

tale subdatur exemplum. Proponatur enim numerus, scilicet centum .4. multiplicandus in ducenta sex, quorum talis est dispositio

104
20 6

Posita igitur prima differentia multiplicantis numeri sub ultima multiplicandi, multiplicamus ultimam superiorem in ultimam inferiorem, id est unum in duo, ex quorum multiplicatione prouenit tantum digitus, scilicet binarius, quem notauimus supra ipsam ultimam multiplicantem differentiam in ordine superioris numeri. Et si prouenisset inde articulus, posuissemus eum superius in secundo loco a binario. Et in loco binarii circulum. Si uero articulus et digitus prouenissent, poneremus in loco binarii superius digitum, et in secundo loco articulum. Deinde illam eandem ultimam superiorem multiplicauimus in penultimam inferioris. Sed quia erat uacua, in directo inferioris circuli posuimus circulum superius post binarium. Post hoc etiam multiplicamus ipsam ultimam superiorem in primam inferiorem, scilicet unum in 6., et exiuit ex eius multiplicatione senarius, quem | scripsimus superius in loco delete unitatis. Postea uero iam multiplicata ultima differentia superiori uniuersis inferioribus, mutamus numerum inferiorem ad tertiam differentiam uersus partem dexteram que, quantum ad naturalem ordinem erat, prima pretermittentes secundam, que erat uacua: fuit igitur senarius sub quaternario, et circulus sub circulo, et binarius sub senario. Multiplicamus quaternarium in binario, et prouenit octonarius, quem agregantes superiori numero, scilicet senario, ex eorum agregatione fecimus .14., scilicet digitum, et articulum. Posuimus itaque quaternarium, qui erat digitus, loco senarii deleti; et pro denario, qui erat articulus, unitatem in secundo loco ubi erat circulus. Deinde multiplicamus eundem quaternarium in senarium, qui erat sub eo,

fol. 89 *recto*, col. 1.

scilicet in prima differentia inferioris numeri pretermittentes secundam, quia erat uacua; et prouenit ex eorum multiplicatione .24., qui est digitus et articulus. Dimittimus ergo quaternarium loco suo, quia ille idem prouenerat. Digitus et pro articulo 1. 20. posuimus binarium in secunda differentia, in loco scilicet circuli; et sic multiplicauimus uniuersas differentias superioris numeri in uniuersis differentiis inferioris; et hec est prouenientis summe ex multiplicatione ex multiplicatione (*sic*) ipsorum numerorum figura | 214 24 |.

Utrum autem bene multiplicaueris, sic probabis: ante publicationem ex multiplicando et multiplicante .9. subtractis quociens poteris, que ex utroque remanserint, in se multiplica.

Hec autem regula ostendit, quomodo multiplicatio sit falsa; sed non probat, quando sit uera; sed hec probat que sequuntur. Et ex eo, qui inde prouenit, 9. quociens poteris subtractis, si quid minus .9., uel ipsi .9. tantum remanserit, pro nota reserua. Deinde ex numero, qui ex multiplicatione multiplicantis, et multiplicandi numeri prouenit, quociens poteris .9. subtractis, si predicta nota remanserit, bene multiplicasti; aliter | non: si enim in subtrahendo .9., in hiis et in illis nouenarius tantum remansit, ipsa similiter nota erit. Vel aliter, cum numerum in numerum multiplicaueris, ipsum, qui ex eorum multiplicatione prouenit, diuide in numerum in quem multiplicasti; et si inde prouenerit numerus quem multiplicasti, bene. Sin autem errasti; uel productum inde diuide per quemlibet eorum, et exibit alter necessario. fol. 89 *recto*, col. 2.

Regule de Scientia diuidendi.

Nvmerum per numerum diuidere est maiorem secundum quantitatem minoris partiri, uidelicet minorem de maiore tociens subtrahi, quociens in eo poterit inueniri. Cum ergo numerum per numerum diuidere uolueris, minorem sub maiore, diuidentem sub diuidendo per differentias suas dispositos ordinabis, sic uidelicet ut ultima differentia diuidentis numeri

sit sub ultima diuidenda. Ita tamen si inferior cum suis differentiis fuerit equalis superioribus uel etiam minor. Quod si numerus, qui est in ultima differentia superioris ordinis, fuerit minor numero, qui est in ultima inferioris, tunc inferior ordo retinendus est uersus dexteram una differentia, ita quod ultima inferioris sit sub penultima superioris. Hiis ita dispositis, excogitandus est numerus, qui multiplicatus in ultimam differentiam inferioris ordinis reddat numerum equalem suo superiori uel minorem, propinquiorem tamen quam aliquis alius numerus possit reddere. Qui similiter etiam multiplicatus in omnes alias differentias inferioris ordinis, sed non in eas, que sunt ultra ipsam, que est sub ipso. Si forte alique fuerint, reddat numerum talem qui . . . . (1) a superioribus possit subtrahi, quia est minor, uel quia est equalis; ideo deleri debet superior. Qui inuentus notandus est supra numerum superiorem in dirrecto prime differentie inferioris numeri. Qui postea multiplicandus est in ultimam differentiam diuidentis numeri; et numerus ex eorum multiplicatione proueniens diminuendus est a superiori numero, secundum regulam diminuendi. Deinde multiplicandus est in penultimam differentiam inferioris; et numerus ex eorum multiplicatione collectus . . . . (2). Item diminuendus est de
fol. 89 *verso*, col. 1. supra se | posito secundum eamdem regulam. Et sic faciendum est, donec numerus supra positus multiplicatur in omnes differentias inferioris numeri; et omnis eorum multiplicatio minuatur a suprapositis, usquequo perueniatur ad illam differentiam, supra quam in eadem positus est excogitatus numerus. Hiis itaque expeditis, considerandum est si reman-

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea 13 della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin* n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 89 *recto*, col. 2, lin. 28).

(2) La lacuna indicata con quattro punti nella linea 22 della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin*, n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 89 *recto*, col. 2, lin. 38).

serit superius ultra primam differentiam inferioris numeri. Alie differentie in quibus sit numerus, qui adhuc possit per inferiorem diuidi; et tunc mutanda est prima differentia inferioris numeri cum tota successione sua, una differentia uersus dexteram. Deinde excogitabis numerum, qui multiplicatus in ultimam differentiam inferioris numeri ad instar prioris, uel consumat superiorem, reddendo sibi equalem, uel diminuat procreando minorem, sed propinquiorem; et similiter in ceteris inferioris ordinis differentiis multiplicetur. Qui siquidem ponendus est supra numerum superiorem in directo prime differentie, et inferioris ordinis ante primum supra positum uersus dexteram, qui inuentus est supra notatus, multiplicetur in ultimam differentiam inferioris ordinis; et numerus inde collectus minuatur de superiori numero, sicut predictum est superius. Deinde multiplicetur in ceteras differentias diuidentis numeri. Si autem non poterit inueniri numerus, qui multiplicatus in ultimam differentiam inferioris numeri reddat equalem numerum superiori, uel eo minorem; ponatur circulus superius, et mutetur inferior ordo ad aliam differentiam uersus dexteram. Super cuius superioris primam differentiam superponatur numerus, qui erat multiplicandus in omnibus differentiis inferioris numeri, sicut in aliis predictum est; et quod ex utrarumque multiplicatione prouenerit, minuendus est de superiori. Quod tamdiu faciendum est, donec prima inferior differentia sit sub prima superiori.

Sciendum est autem, quod si in diuidendo numero fuerit circulus, non est preterenndum, sicut fit in multiplicatione; sed sub eo inferior numerus, sicut sub aliis numeris est ponendus.

Notandum etiam est quod, peracta diuisione, | aut nichil remanebit ex diuidendo numero, aut minus semper diuidente erit, si aliquid remanserit. Quod si quidem conferendum est ad diuidentem, scilicet ut uideatur quota pars eius sit. Omne fol. 89 verso, col. 2.

enim quod remanet pars eius numeri in quem diuidis. Hoc considerato, clarum erit quociens diuidens contineatur in diuidendo, et insuper quota pars eius sit. Cuius rei gratia, ad introducendum lectoris animum, tale subdatur exemplar. Sit itaque numerus diuidendus ducenta uiginti octo milia sexcentum .4. per ducenta triginta sex. Quorum hec est figura

2 2 8 6 0 4
2 3 6

Cum ergo posuisse differentiam diuidentis numeri ultimam, deberemus sub ultima diuidendi et ceteras in suis ordinibus consequenter, quamuis ultima inferior esset equalis ultime superiori, retraximus tamen eas una differentia uersus dexteram, eo quod secunda inferior erat maior secunda superiori, et numerus inferiorum differentiarum erat continentior numero supra positarum differentiarum. Quapropter posuimus ultimam inferiorem sub penultima superiori, id est binarium sub binario, et ternarium sub octonario, atque senarium sub senario. Deinde excogitantes numerum, quem multiplicaremus in numero ultime differentie inferioris, id est binarium, et redderet equale superiori, id est |22|, uel minorem, sed propriorem, inuenimus nouenarium, quem notavimus supra numerum superiorem in directo prime differentie inferioris numeri, id est senarii; quem multiplicauimus in numero ultime differentie inferioris numeri, id est binarium ex multiplicatione eorum prouenit |18|, quem minuimus de superiori numero, id est de uiginti duobus, et remanserunt .4. in loco binarii supra ultimam differentiam inferiorem. Multiplicauimus etiam eumdem numerum in penultimam inferiorem, id est ternarium, et processit ex eorum multiplicatione |
fol. 90 *recto*, col. 1. 27, quem submisimus a superiori numero, videlicet septem ab octo, qui erat digitus; et remansit in loco octonarii unum et uiginti, scilicet binarium, quia erat articulus de quater-

nario, qui erat in secundo loco, et remansit in loco eius binarius. Deinde multiplicauimus eumdem nouenarium in primam differentiam inferiorem, scilicet senarium, qui erat sub eo, et exiuit ex eorum multiplicatione .5. 4. Minuimus itaque .4. de senario superiori, et remansit in loco eius binarius sub nouem. Cum autem deberemus minuere quinquaginta, id est quinarium de numero secunde differentie, non potuimus, quia non erat ibi nisi unum tantum . Accepimus ergo unitatem de tercio loco ubi erat binarius, quam coniunceximus unitati, que erat in secundo loco, et fecerunt undecim; ex quo minuimus quinarium, et remansit ibi senarius in secundo scilicet loco. In tercio autem loco, ubi erat binarius, remansit unum; et sic multiplicauimus nouenarium in uniuersas differentias inferioris ordinis, et multiplicatum diminuimus de diuidendo numero. Deinde mutauimus inferiorem numerum una differentia uersus dexteram ; fuitque senarius sub circulo, et ternarius sub binario. Atque binarius, qui erat in ultima differentia positus est sub senario. Superius autem in secundo loco a senario erat unitas. Considerantes ergo numerum , quem multiplicaremus in inferiores differentias , inuenimus senarium, quem notauimus superius ante nouenarium supra diuidendum numerum in directo prime differentie inferioris numeri, scilicet supra circulum. Multiplicauimus ergo senarium in binarium, qui erat in ultima differentia inferiori, et exiuit duodenarius, quem minuimus de superiori, id est binarium de senario, et remansit ibi quaternarius; et denarium de secundo loco, ubi erat unitas significans decem, et nichil ibi remansit. Postea | multiplicauimus eumdem senarium in ternarium, qui erat in penultima inferiori differentia , et proueniunt inde .18. Minuimus itaque .10. de secunda differentia, et remansit ternarius. Cum autem in prima differentia non haberemus unde octonarium minueremus, accepimus unitatem a ternario, qui erat in secundo loco, et significauit cum binario, qui erat

fol. 90 *recto*, col. 2.

in primo loco .12. : ex quo minuimus octo, et remansit quaternarius in primo loco, in loco scilicet binarii, et in secundo loco binarius. Deinde multiplicauimus eumdem senarium in senarium inferiorem prime differentie, et ex eorum multiplicatione prouenit .36. Minuimus itaque tres de secundo loco pro .30., ubi erat quaternarius, et remansit ibi unitas, quam mutauimus ad circulum, et ex ea minuimus senarium, et remansit in loco circuli quaternarius; quia unitas in secundo loco significat .10. Et in loco unitatis, quia ejus differentia erat uacua, remansit circulus, et in tertio loco binarius. Multiplicato autem supraposito senario in omnes inferiores differentias, mutauimus iterum inferiorem numerum ordinem una differentia uersus dexteram; fuitque prima differentia diuidentis numeri sub prima differentia diuidendi. Et ternarius, qui erat in secunda differentia, sub quaternario, et binarius inferior sub circulo : superius uero post circulum remansit binarius. Requirentes igitur numerum, quem multiplicaremus in omnes differentias inferiores, sicut feceramus in primis. Inuenimus octonarium, quem notauimus supra diuidendum numerum ante est senarium et nouenarium in directo prime differentie inferioris ordinis, quem multiplicauimus in ultimam differentiam inferioris numeri, et prouenit ex earum multiplicatione .16. Minuimus itaque unitatem de binario, qui erat in secundo loco pro denario; et pro sex minuimus senarium de altera unitate, et remansit quaternarius in loco circuli supra ultimam differentiam inferiorem. Post hec multiplicauimus eumdem octonarium in tres, qui
fol. 90 *verso*, col. 1. erant in penultima differentia inferiori, et prouenit | ex eorum multiplicatione .24. Minuimus itaque binarium pro .20. de quaternario, qui erat in secunda differentia superiori a multiplicante inferiori, et remansit ibi binarius. Postea minuimus .4. de prima differentia, et remansit uacua, in qua posuimus circulum. Primam autem et secundam in diuidendo uocamus

differentiam respectu inferioris multiplicantis. Multiplicauimus etiam octonarium in senarium, qui erat in prima inferiori differentia sub se, et prouenit inde .48. Cum deberemus autem tunc minuere quaternarium de secunda differentia pro .40., et inuenimus eam uacuam. Accepimus autem unitatem de tertio loco, ubi erat binarius, et remansit ibi alia, de qua suscepta minuimus .4, et remansit ibi senarius in loco circuli. De quo senario, accepta unitate, remansit tantum quinarius. De qua unitate minuimus etiam octo, quia in prima differentia erat tantum quaternarius, et remanserunt duo; quia unitas illa erat decupla ad primam differentiam, eo quod esset in secunda. Que duo iungentes cum quaternario in prima differentia, fecimus senarium; et ita perfecimus illius numeri diuisionem. Et inuenimus inferiorem diuidentem numerum contineri in diuidendo nongies sexagies octies et insuper .1. 5. 6. ducentesime tricesime sexte diuidentis, et hec est facte diuisionis figura

9	6	8
1	5	6
2	3	6

Notandum est etiam quod, si post multiplicationem suprapositi numeri et eius subtractionem ex diuidendo numero remanserint circuli, post quos nullus sit numerus, illi sunt preponendi suprapposito numero eo ordine, quo sunt; verbi gratia. Diuidendus est numerus, scilicet mille octingenti, per nouem, quorum hec est figura

1 8 0 0
9

Posuimus ergo nouenarium diuidentem sub penultima diuidendi, eo quod esset maior quam ultima. Postea posuimus binarium in directo nouenarii supra diuidendum numerum.

fol. 90 verso, col. 2. Quia hunc multiplicatum in nouenarium inuenimus | reddentem equalem numerum superiori, idest .18. Minuimus itaque eumdem superiori, et nichil remansit preter duos circulos, nullum post se numerum habentes, quos preposuimus binario, ut ostenderemus in qua differentia esset hoc modo

	2	0	0
1	8	0	0
	9		

Quia enim in diuisione circuli non sunt pretermittendi, debet nouenarius post primam multiplicationem multiplicationis de superiori subtractione una differentia uersus dexteram transferri, eritque sub circulo: et quia nullus numerus potest inueniri, qui multiplicatus in ipsum reddat equalem, uel minorem superiori: quoniam superius nullus est, ideo ante binarium in directo nouenarii supra circulum ponendus est circulus, qui multiplicatus in nouem, non efficit nisi circulum. Deinde nouenario iterum mutato alia differentia, id est supremo circulo per primam regulam ante supremum circulum ponendus est etiam alius circulus: prepositis ergo duobus circulis, binarium significabis ducentis. Inuenimus itaque nouem contineri in mille octingenta ducenties. Vel etiam si talis diuidendus proponitur numerus $\frac{200000}{23}$. Vtrum autem bene diuiseris, sic probabis : id quod exierit ex diuisione, scilicet excogitatos numeros suprapositos, quotquot fuerint, multiplica in diuidentem, et adde si forsan aliquid remanserit ex diuidendo : et si ex multiplicatione illorum cum additione istius prouenerit primus diuidendus numerus, bene diuisisti; aliter non. Si autem ex diuidendo nicil remanserit, sola priorum multiplicatio sufficit ad reddendum numerum diuidendum, uel aliter. De diuidendo, subtractis nouem quotiens poteris, si aliquid remanserit infra nouem.

Sin autem, ipsos nouem serua pro nota. Deinde post diuisionem similiter de diuidente, subtractis nouem quotiens poteris. Sin autem ipsos 9 serua pro nota. Similiter fac in eo, quod exiuit de diuisione. Deinde notas diuidentis et eius, qui erunt ex diuisione, in se multiplica. Et eorum multiplicationi notam numeri, qui si forte ex diuidendo remansit ad instar priorum inuentam, agrega. Et ex numero, qui ex multiplicatione notarum et alterius agregatione prouenerit, subtractis nouem quotiens potueris. Si nota prima diuidenda processerit, bene diuidisti (*sic*). Sin autem, errasti. fo:. 91 *recto*, col. 1.

Hec de agregatione et diminutione, duplatione et mediatione, multiplicatione atque diuisione, quantum ad integritatem numerorum dicta sufficiant. Nunc deinceps transeundum est ad numerorum fractiones.

Post hec autem notandum est, quod quilibet numerus in quemlibet potest multiplicari. In diuisione uero numquam, nisi maior in minorem potest diuidi. Quia enim diuidens numerus etiam multiplicatus debet a diuidendo detrahi vel parificari; tunc impossibile est per maiorem, uel equalem sibi aliquem numerum posse diuidi, si autem contingerit (*sic*), quod par sit uel minor. Item nota, quod quociens aliquem numerum in aliquem multiplicaueris, et quod ex multiplicatione prouenerit, per ipsum, in quem multiplicaueris, diuiseris. Ex diuisione ipse tantum exibit, quem prius multiplicasti. Verbi gratia : si duos multiplico in decem, proueniunt .20.; hos autem uiginti, si per decem diuisero, redeunt duo. Similiter in omnibus.

De fractionibus numerorum.

Licet cuiuslibet numeri partium denominatio possit fieri infinitis modis secundum infinitos numeros, placuit tamen Indis, denominationem suarum fractionum facere a sexaginta. Diuiserunt enim gradum unum in sexaginta partes, quas uocauerunt minuta. Item unumquodque minutorum diuidentes

in sexaginta alias partes, appellauerunt eas secunda, eo quod essent partes partium in secundo loco. Deinde partientes unumquodque secundum in sexaginta partes, dixerunt eas tercia. Et similiter diuiserunt singula tercia in sexaginta partes, et uocauerunt eas quarta, eo quod essent in quarto loco a primis fractionibus, id est a minutis; et ita
fol. 91 recto, col. 2. descen|dentes inuenerunt quinta, et sexta, et septima, et hoc usque in infinitum. Erit ergo unus gradus continens sexaginta minuta, et tria millia sexcenta secunda, atque ducenta sex decem milia tercia. Que si multiplicaueris in sexaginta, inuenies ejus quarta, et ita quinta, et sexta et cetera. Cum autem illa multiplicare uolueris, sic ordinabis. Ponentur scilicet gradus in superiori differentia, et minuta in secunda, et secunda in tercia, et tercia in quarta et sic in ceteris hoc modo: gradus, id est minuta .60.; secunda .3600.; tercia .216000. Notandum est etiam quod, sicut ex omni numero integro multiplicato in integrum numerum exeunt unitates integre, sic ex multiplicatione integri in fractionem aliquam, quicquid prouenerit, de genere eiusdem fractionis erit. Et omnis fractio multiplicata in quamlibet fractionem decrescit in totam partem eius, quota ipsa est integri. Duo igitur gradus multiplicati in .2. minuta fiunt .4. minuta; et tres gradus in sex terciis multiplicati fient 18 tercia. Minuta quoque in minuta multiplicata fiunt secunda; sed minuta in secunda fiunt tertia, et secunda in secunda fiunt quarta; secunda autem in tertia ducta fiunt quinta. Et tercia in terciis sexta. Quinta uero in quartis nona. Et sic semper numerus, qui ex multiplicatione fractionum in se prouenerit, denominationem habebit a numero, qui ex ipsarum agregatione prouenerit. Sicut enim ex .4. et .4. sibi agregatis .8. conficitur; sic ex multiplicatione quarte in quartam, numerus, qui inde prouenit, octaua denominatur. Et sicut ex quinque et .5. sibi agregatis .10. colligitur; sic ex multiplicatione quinte

in quinta, numerus qui fit, decima uocatur: et hec regula obseruanda est in omnibus fractionibus huius denominationis tantum: in fractionibus etiam alterius denominationis aliter est, sicut in sequentibus declarabitur.

De multiplicatione fractionum.

Qvociens autem numerum quemlibet integrum cum fractione multiplicare uolueris, multiplicandum numerum, et multiplicantem, unumquemque ad suas fractiones reducere debebis. Deinde multipli|cabis fractiones unius in fractiones alterius, et tunc inde ad quid fractiones descendant. Quas postmodum reduces ad superiora, diuidendo per numerum a quo sunt denominate, scilicet per .60. Verbi gratia: volumus multiplicare unum et dimidium in unum et dimidium. Reduximus ergo numerum multiplicandum ad suas fractiones, id est ad minuta, et habuimus .90. minuta. Cum enim unum contineat in se .60., et dimidium .30.; tunc unum et dimidium continent .90.; et similiter de multiplicante fecimus, et habuimus .90. minuta. Multiplicauimus itaque minuta prima in minuta secunda, et prouenit inde 8100. secunda; que postmodum diuidentes per .60., a quo denominantur, et reducentes ad superiora, habuimus [135] minuta; que iterum diuidentes per .60., habuimus .7. gradus, et remanserunt 15 minuta, que sunt quarta pars unius. Exieruntque de multiplicatione unius et dimidii in uno et dimidio duo integri et quarta pars unius. fol. 91 verso, col. 1.

Si autem in multiplicando numero fuerint gradus, minuta et secunda, et in multiplicante gradus, minuta, secunda et tercia, reduces multiplicandum numerum ad inferius genus fractionum suarum, id est ad secundam, faciendo si quidem de gradibus, et minutis, et secunda, et adiungendo sua secunda. Similiter et multiplicantem reduces ad inferius genus suarum fractionum, id est ad tercia, faciendo si quidem de gradibus, et minutis, et secundis tertia, et colligendo omnia. Deinde multiplica his secunda multiplicandi numeri in tertia

multiplicantis, et descendent ad quinta. Que quinta reduces ad quarta, diuidendo ea per .60, et quarta ad tertia, et tertia ad secunda, et secunda ad minuta, atque minuta ad gradus, singula queque diuidendo per .60.; et quod remanserit ex diuisione, notando per suas differentias. Minuta scilicet in secundo loco , et secunda in tertio ; et sic in ceteris consequenti ordine descendendo. Et tunc scies, quod proueniat ex eorum multiplicatione, scilicet graduum, minutorum et ceterarum fractionum; | cuius rei causa exemplificande talis proponitur numerus multiplicandus, scilicet duo gradus, et .10. minuta in unum gradum, et duo minuta atque .30. secunda. Reduximus ergo multiplicandum numerum ad inferius genus suarum fractionum, id est ad minuta. Multiplicauimus enim duo gradus in .60. ut faceremus minuta, et exierunt .120.; quibus adiunximus .10., que erant cum gradibus, et habuimus in multiplicante numero .130. minuta. Post hec autem etiam reduximus multiplicantem numerum ad inferius genus suarum fractionum, id est ad secunda. Multiplicauimus enim unum gradum in .60. minuta, quibus adiunximus duo minuta, et facti sunt.62.; que iterum multiplicauimus in .60., ut faceremus secunda; et prouenerunt ex eorum multiplicatione .3. 7. 2.0. secunda; quibus addidimus.30.prima secunda, et fiunt .3.7.5.0. secunda; et sic redegimus etiam multiplicantem numerum in ultimum genus suarum fractionum. Deinde multiplicauimus minuta multiplicandi numeri, scilicet .130. in secunda multiplicantis numeri, scilicet 375, et prouenerunt ex eorum multiplicatione tertia 487500. Que diuisimus per .60., ut reduceremus ad secunda, et exierunt de diuisione 8125 secunda ; que iterum diuidentes per .60., reduximus ad minuta, et fuerunt .135. minuta, et remanserunt .25. secunda in loco suo. Postea reduximus minuta ad gradus, diuidendo ea etiam per .60., et exierunt inde duo gradus, et remanserunt .15. minuta. Prouenerunt igitur de multiplicatione supradictorum numerorum duo gradus, et .15. minuta, atque .25. secunda.

fol. 91 *verso*, col. 2.

Si uero in multiplicante tantum integros habueritis, et in multiplicando integros et fractiones, reduces integros multiplicandi numeri ad fractiones suas. Quas multiplicabis in integros multiplicantis numeri, et descendent in easdem fractiones; et ita facies ex alia parte; quia licet nobis multiplicare | quoslibet integros in quaslibet fractiones et e conuerso. fol. 92 *recto*, col. 1.

De diuisione numerorum cum fractione vel sine fractione.

Cvm numerum integrum cum fractione per numerum integrum cum fractione, aut numerum integrum tantum per numerum integrum cum fractione, aut numerum integrum cum fractione per numerum integrum tantum, aut fractiones tantum per fractiones uolueris diuidere, debes utrumque numerum diuidentem, scilicet et diuidendum ad inferius genus fractionis, que fuerit in quolibet eorum reducere, ut sit uterque unius generis. Videlicet ut si cum uno fuerint minuta, et cum alio secunda, uterque reducendus est ad secunda, quorum genus est in utroque inferius. Aut si cum uno fuerit gradus tantum, et cum alio tertia, uterque reducendus est ad tertia; quia in diuisione necesse est diuidere similes fractiones per similes, videlicet minuta per minuta, aut secunda per secunda, et sic in ceteris, ut quod prouenerit sit numerus integer.

Si enim diuiseris minuta per minuta, exibunt gradus: secunda autem diuisa per secunda, reddunt gradus, et sic in omnibus: et in hoc est diuisio contraria multiplicationi; quia per multiplicationem gradus in fractiones descendunt: per diuisionem uero ex fractionibus gradus reddunt.

Si autem poteris diuidere minuta per minuta, eo quod diuidenda sint pautiora, reduces ea ad secunda, multiplicando per .60.; et sic diuides minuta per secunda. Et tunc ex diuisione non exibit integer numerus, sed fractio: que ita se habebit ad integrum, ut fractio una ad aliam. Exibunt ergo ex diuisione minuta; quia sicut secunda se habent ad minuta, ita

minuta ad gradus. Si autem diuiseris tertia per minuta, exibunt secunda. Ita enim se habent secunda ad gradus, ut tertia ad minuta: hec autem omnia de diuisione, et multiplicatione fractionum, et de ex eis prouentu integrorum eo tenore dicta sunt, ut singula sint descendentia a prima differentia graduum cum integris| suis multiplicata siue diuisa per .60. Vnde denominantur, aliter non: vt supponatur unus gradus, et .30. minuta diuidenda per duos gradus, uterque reducendus est ad minuta. Multiplicando per .60. Erunt ergo in diuidendo per .90. minuta, et in diuidente .120: et quia non poteramus diuidere .90. minuta per .120., eo quod erant pautiora, reduximus ea ad secunda, et facta sunt .5400., que diuisimus per .720. minuta, et prouenerunt .45. minuta; que ita se habent ad gradum, ut secunda ad minuta. Si autem diuisissemus minuta per minuta, exissent gradus. Sed quia descendit diuidendus numerus, descendet et numerus proueniens ex diuisione. Si autem diuiduntur fractiones alique per alias, remanebunt in sua proportione: vt si proponatur .10. secunda diuidenda per .5. minuta, exibunt de diuisione duo secunda.

fol. 92 recto, col. 2.

De dispositione integrorum et fractionum in aggregando et minuendo, siue duplando et mediando.

Cvm autem agregare uel diminuere, duplare siue mediare gradus et fractiones uolueris, singulas queque differentias suas sic ordinabis. Pones enim gradus in superiori differentia, et minuta sub gradibus, et secunda sub minutis, et tercia sub secundis, et ita consequenter descendendo, ut sunt in ordine. Si autem aliqua uacua interciderit, ponentur in loco eius circuli: propter cuius rei euidentiam talem subicimus figuram unius lateris. Ponuntur enim primum in superiori differentia .12. gradus, et in secunda .30. minuta, et in tercia .45. secunda. In quarta uero positi sunt duo circuli, quia erat uacua: nullum enim tercium erat in ea. Et non ostenderetur, quod quarta differentia, que continet tercia, esset uacua,

Gradus	.12.
Minuta	.30.
Secunda	.45.
Tercia	.00.
Quarta	.50.

et in quinta sunt .50. quarta. Quod subiecta figura declarat. Si igitur uolueris addere fractiones fractionibus, addes unamquamque fractioni | sui generis, id est minuta minutis, et secunda secundis, et sic de ceteris. Cum autem ex earum agregatione coniuncte fuerint plures sexagesime per .60., pones unum in superiori differentia et quod remanserit, notabis in differentia earum. Verbi gratia. Si in differentia minutorum fuerint collecta .60. minuta uel plura pro sexaginta minutis, pones gradum unum in superiori differentia, et quod remanserit, notabis in sua. Si uero nil remanserit, pones ibi circulos. Similiter autem facies de secundis et ceteris differentiis inferioribus. Scilicet pro .60. secundis, ponendo unum in differentia minutorum, aut pro .60. terciis, ponendo unum in differentia secundorum; et remanentia in suis propriis differentiis notando. Aut nichilo remanente ibidem circulos ponendo. fol. 92 verso, col. 1.

De diminuendo.

Si autem uolueris fractiones minuere ex fractionibus, minues si quidem similes ex similibus, scilicet minuta de minutis, et secunda de secundis, et sic de ceteris. Si uero acciderit quod non sint tot fractiones, ex quibus possis minuere quas uoles uel etiam mille erunt accipies, unam a superiori differentia que fiet inferius .60., et ex eis minues quas uolueris: sed si superior fuerit uacua , accipies enim unum a tercia superiori que in secunda fiet .60. Ex quibus accipies unam, ex qua minues quas debueris fractiones, remanentibus .59. in secunda differentia; et sic operabis in omnibus differentiis fractionum et denominatarum a sexaginta.

De duplando.

Cvm autem uolueris eas duplare, incipies a superiori differentia. Et si ibi collecte fuerint .60. fractiones uel plures, pones pro .60. unum superius, ut in aliis predictum est; quod autem remanserit, ibidem relinque. Aut si nichil circulum scribendo.

De mediando.

In mediatione autem incipies ab inferiori differentia, in qua si fuerit numerus par, mediabis eum sicut in integris fecisti, remouendo medietatem. Si uero fuerit impar, mediabis parem, sublata unitate. Quam unitatem diuisam in .60. partes
fol. 92 *verso*, col. 2. mediabis, scribendo pro eius una | medietate .30. in inferiori differentia; et ita facies ascendendo usque ad supremam. Hec de fractionibus denominatis a .60. expedita sufficiant. Nunc autem deinceps de fractionibus a quibuslibet numeris denominatis dicemus.

De fractionibus alterius denominationis.

Si autem uolueris denominare fractiones a quolibet alio numero, ut medietates a duobus, et tercias a tribus, et quartas a quatuor, atque quintas 7. 5., uel decimas a decem. Alia regula seruanda est, et alia descriptio quam in predictis. Oportet enim, ut numeros multiplicandos, siue diuidendos, et multiplicantes et diuidentes quoscumque per se intregros (*sic*) cum fractionibus, aut fractiones sine integris in duobus ordinibus siue lateribus; alios contra alios ex opposito disponas. Et inter numerum fractionis, et denominationem eius optime discernas. Deinde quid numerus denominationis sit, et quid communis, quid etiam numerus collectionis, et qualiter singuli fiant, diligenter agnoscas. Hiis enim manifeste precognitis, in multiplicatione siue diuisione fractionum per fractiones nullatenus errabis. Numerus ergo fractionis est, scilicet quod ipsa una est, uel due, uel tres et huius modi.

Quid sit denominatio.

Denominatio uero fractionis est appellatio ipsius quota pars unius integri ipsa est, ut medietas, uel tertia, uel quarta, uel huiusmodi. Vnius ergo medietatis numerus est quod una est. Denominatio uero quod medietas est. Similiter trium quintarum, uel duarum terciarum numerus est quod tres uel due sunt. Denominatio uero earum est quod unaqueque earum unius integri quinta, uel tercia pars est.

Quid sit numerus denominationum.

Nvmerus autem denominationis est, qui ex multiplicatis in se denominationibus omnium fractionum cuiuslibet lateris per se nascitur. Verbi gratia: ut si in uno latere fuerint fractiones una medietas, et una quarta, et una quinta. Ea autem, a quibus denominantur fractiones, sunt duo et .4. | et .5.: a duobus enim medietas denominatur, et a .4. quarta, et a quinque quinta. Si ergo denominationem prime fractionis, que est duo, in denominationem secunde fractionis, que est quattuor, multiplicaueris, efficies octo. Et si hoc quod ex istis prouenerit, scilicet octo, in denominationem tertie fractionis, que est quinque, multiplicaueris, efficies .40. Et hic est numerus denominationis predicti lateris. Numerus ergo qui ex denominationibus omnium fractionum quotquot fuerint cuiuslibet lateris in se multiplicatis, scilicet prima in secundam, et eo quod inde prouenerit in tertiam; et eo quod ex omnibus prouenit in quartam, et sic usque ad ultimam multiplicando, quicquid ex omni tali multiplicatione prouenerit, hic numerus denominationis erit. Si uero in aliquo latere una sola denominatio fuerit, ipsa sola pro numero denominationis erit. fol. 98 recto col. 1.

Quid sit numerus communis.

Nvmerus uero communis dicitur, qui ex numeris denominationum duorum laterum in se multiplicatis nascitur: Verbi gratia: vt si alterius lateris .20. esset numerus denominationis, tunc si hic in priorem, qui erat .40., multiplicaretur, quod ex ductu eorum in se proueniret, numerus communis diceretur; eo quod ex numeris denominationis utriusque lateris communiter generarentur.

Quid sit numerus collectionis, et qualiter fiat.

Nvmerus autem collectionis uario modo fit. Aliter tantum fit cum multiplicare. Aliter uero cum diuidere, uel agregare, uel diminuere uolueris. In multiplicando etenim numerus collectionis efficitur, cum integri cuiuslibet lateris in suum

numerum denominationis multiplicantur. Et quod ex earum multiplicatione prouenit, per se separatim ponitur. Deinde unumquemque numerum singularum fractionum ipsius lateris, cuius integrum multiplicasti, in eumdem numerum denominationis multiplicabis; et quod inde prouenerit, per denominationem ipsius fractionis, quam multiplicaueris, diuides. Et quod ex diuisione exierit, | sub eo quod separatim posueras, pones. Deinde ipsos omnes numeros separatim sic positos sibi ipsis agregabis; et quod ex omnium agregatione prouenerit, hic numerus collectionis in multiplicando erit. Verbi gratia: proponantur .8. integri, et due tercie, et tres quinte multiplicandi in tres integros, et unam terciam, et duas quartas hoc modo.

fol. 93 *recto*, col. 2.

8	3
2 3	1 3
3 5	2 4

Denominationes igitur fractionum primi lateris sunt tres et quinque; ex quibus in se multiplicatis fiunt quindecim, qui est numerus denominationis: ad faciendum ergo numerum collectionis in hunc numerum denominationis, scilicet integros, multiplica, et efficies .120., et pone eos per se. Deinde numerum prime fractionis, qui est duo, in ipsum numerum denominationis multiplicans, efficies .30.; quos diuide per denominationem ipsius fractionis, que est tres, et exibunt de diuisione decem, qui sunt due tercie numeri denominationis, qui est 15. In hiis enim tantus numerus semper de diuisione exit, quanta pars integri ipsa fractio denominata fuerit: Vnde quia prima fractio due tercie fuerunt; ideo ex earum multiplicatione in numerum denominationis, et ex diuisione per denominationem fractionis due ipsius numeri denominationis partes tercie, que sunt .10., prouenerunt. Hos autem decem sub primis centum, .20. pone. Deinde numerum secunde fractionis, qui est tres. in numerum denominationis similiter multiplicans, efficies 45; quos diuide per ipsius fractionis de-

nominationem, que est quinque, et exibunt de diuisione .9., qui sunt tres quinte numeri denominationis, scilicet quindecim. Quinquies enim tres .15. fiunt; quos .9. etiam similiter pones sub aliis, sub quibus et alios posueras. Sic facies usque ad ultimam fractionum, quotquot fuerint: deinde omnes simul agregabis, et ex earum agregatione numerum, qui dicitur collectionis, procreabis aliter. Item aliter idem. |

Si statim scire poteris, quelibet denominatio fractionis quota pars sit numeri denominationis, tunc sine labore multiplicandi et diuidendi tantam partem pones sub numero, qui ex multiplicatione integri in numerum denominationis prouenit, quanta pars unius integri ipsa fractio denominata fuerit, sicut in priori exemplo patet. Quia enim numerus denominationis erit .15., cujus due tercie partes sunt decem, et hec erat denominatio prime fractionis; ideo statim sub priori numero ponendi sunt .10. Et quia secunda fractio erant tres quinte, quota scilicet pars numeri denominationis sunt .9; ideo statim, si hoc forte claruerit, sub prioribus ponendi sunt .9., quota scilicet pars denominationis numeri sunt .9. Deinde ex hiis omnibus simul positis, per regulam agregationis effice numerum collectionis. Item aliter idem. fol. 23 verso, col. 1.

Aliter.

Primam fractionem in denominationem secunde fractionis multiplica; et quod inde prouenerit, in denominationem tertie multiplica. Et si tot fuerint fractiones, similiter quod inde prouenerit, in denominationem quarte, et sic usque ad ultimam; et quod ex tota hac multiplicatione prouenerit, tanta pars erit numeri denominationis, quanta fuerit denominatio prime fractionis. Et ideo totum, quod inde prouenit, pro tanta parte numeri denominationis pone sub numero proueniente ex multiplicatione integri in numerum denominationis. Similiter secundam in denominationem prime multiplicabis; et quod inde prouenerit, in denominationem tertie, et sic

usque ad ultimam. Et quod ex tota multiplicatione proueuerit, tota pars numeri denominationis erit, quota secunda fractio denominata fuerit, et tantum apones prioribus. Verbi gratia : si numerus supraposite prime fractionis, que est duo, multiplicetur in secundæ fractionis denominationem, que est .5., fuerit .10.; et quia in latere illo non est alia fractio,
fol. 93 verso, col. 2. in cuius denominatione | hic multiplicetur. Ideo quod ex tota hac multiplicatione colligitur, tanta pars est numeri denominationis, quota est denominatio prime fractionis, scilicet due tercie de .15., que sunt .10. Ideo tantum appone prioribus. Similiter secunda fractio, que est tres, multiplicetur in denominatione prime, que similiter est tres, et prouenient .9. Qui .9. tante partes sunt numeri denominationis, que est .15., quanta est denominatio fractionum, scilicet tres quinte; et quantum prouenerit ex unaquaque multiplicatione, tantum ponatur sub priori numero, qui prouenerit ex multiplicatione integri, si ibi fuerit, in numerum denominationis. Et postea quicquid prouenerit ex agregatione omnium erit numerus collectionis. Si autem diuidere, uel agregare, uel diminuere uolueris quicquid prius in numerum denominationis ad faciendum numerum collectionis, hoc totum in communem numerum operando, numerum collectionis procreabis.

De multiplicatione fractionum.

Cum igitur integrum cum fractionibus diuersi, uel eius generis per integrum cum fractionibus diuersis, uel eisdem, aut per fractiones tantum, aut fractiones tantum per integrum cum fractionibus, aut per fractiones tantum multiplicare uolueris, secundum predictas regulas facere debebit (*sic*). Quia utrumque numerum, multiplicandum scilicet et multiplicantem contra se ex opposito ordinabis. In primo loco integrum multiplicandi lateris pones sub eo fractionem eius; sub fractione autem numerum, a quo denominatur fractio, et sic usque ad ultimam. Deinde ex opposito in directum.

Similiter integrum multiplicantis lateris constitues, et sub ipso fractionem eius. Sub fractione autem ponatur numerus, a quo denominatur fractio, et sic usque ad ultimam. Vt autem melius clarescat, demonstratur exemplo. Prepouantur ergo .8. integri, et una medietas, et una quarta, et | una quinta multiplicandi in .3. integros, et unam tertiam, et unam nonam hoc modo. fol. 94 *recto*, col. 1.

8	3
1 2	1 3
1 4	1 9
1 5	

Ponuntur ergo .3. integri primo loco sub hiis pro tercia una unius unitas ponitur. Sed quia tertia a tribus denominatur; ideo sub uno per denominationem eius tres describitur. Deinde sub hiis pro una nona unitas scribitur. Que quia a nouem denominatur, pro eius denominatione sub numero fractionis numerus denominationis, scilicet nouem scribitur. Similiter autem fit ex opposito latere : Vt autem denominationes a fractionibus discernas, figuris denominationum posita singula opponas, vt preposita figura declarat. Taliter autem facta dispositione, uterque numerus primum reducendum est alium in genus fractionum suarum, scilicet primum latus ad nonas terciarum, et secundum ad quintas octauarum. Vt autem hec omnia bene fiant, statim post dispositam figuram primum ex denominationibus fractionum cuiuslibet lateris numeros denominationum, secundum prescriptam regulam facies, et unumquemque eorum sub suo cuiusque latere pones. Deinde utriusque lateris numeros denominationis in se multiplicabis. Et quod ex eorum multiplicatione prouenerit, quia hic est numerus communis sub ipsis ex quibus nascitur, quasi in eo medio collocabis. Deinde, secundum predictam regulam, utriusque lateris numeros collectionum procreabis, et procreatos in se multiplicabis; et quod ex eorum multiplicatione prouenerit, per communem numerum diuide; et quod ex eorum diuisione exierit, hoc est quod ex multiplicatione unius lateris in aliud prouenerit.

Si ergo suprapositarum denominationes fractionum multiplicandi lateris in se multiplicaueris, quadraginta efficies.
fol. 91 recto, col. 2. Duo enim in quatuor ducti .8. efficiunt, et .8. in quinque, .40. fiunt, qui est numerus denominationis. Eodem modo si denominationes fractionum multiplicantis lateris, que tres sunt et .9., in se multiplicaueris, 27 efficies; ter enim nouem .27. fiunt. Deinde utriusque lateris numeri denominationis, qui fiunt .40. unius, et .27. alterius in se multiplicati, .1080. reddunt, qui est numerus communis. Deinde octo integri multiplicandi lateris in numerum denominationis, qui erant .40. multiplicati, .320. reddunt. Deinde primam fractionem, que est una, in numerum denominationis, qui est .40., multiplica, et non nisi .40. efficies. Vnum enim cum in .40. multiplicaueris, non nisi .40. fuit. Hos autem .40. per denominationem eius, que est duo, medietas enim a duobus dicitur, diuide, et de diuisione exibunt uiginti, quos sub predicto numero, qui erat .320., pone. Similiter facies de reliquis fractionibus.

Aliter.

Uel secundum aliam regulam: quoniam prima fractio medietas est, ideo sub predicto numero, qui est .320., medietatem numerum denominationis pone, que est .20. Et quia secunda fractio quarta est; ideo quantum est quarta pars numeri denominationis, tantum prioribus oppone, hoc est decem. Similiter et quintam partem, que est .8., prioribus adde.

Aliter.

Aut si secundum tertiam regulam facere uolueris, non nisi ad unum et idem perueneris. Deinde si secundum regulam agregandi ad .300. et uiginti addideris medietatem numeri denominationis, qui est uiginti, et quartam partem, que est decem, et quintam, que est 8, efficies [358]; et hic est numerus collectionis multiplicandi lateris.

Post hec, tres integros . . . . (1) multiplicantis lateris in suum numerum denominationis, qui erat .27., et extra .27. efficies .81. Deinde primam fractionem, que est .1., in denominationem secunde fractionis, que est nouem, et quod multiplica; ex hac multiplica|tione prouenit, scilicet .9. sub prioribus .81. fol. 94 verso, col. 1. colloca. Deinde fractionem secundam, que est una, in denominationem prime, que est tres, multiplica; et quia non nisi tres efficis, ipsos tres sub prioribus collocabis; aut secundum aliam predictam regulam idem illud prouenerit: quia enim numerus denominationis erat .27., cuius tertia pars est .9., et nona tres; ideo secundum aliam regulam tantum etiam prouenerit prioribus apponendum. Ex quibus omnibus simul agregatis proueniunt .93., que est collectio multiplicantis lateris. Deinde in hanc collectionem multiplica predictam collectionem multiplicandi lateris, que erat .358., et efficies .332.905. Hanc autem totam summam diuide per communem numerum, qui erat .1080., et exibunt de diuisione .30. integra, .7894. millesime octogesime, sicut subiecta figura declarat

8			3
1			1
2			3
1			1
4			9
1			
5			
49			29
	1080		
358	332	94	93
	.3.0		
	.8.9.4		
	.1.0.8.0.		

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea prima della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin* n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 94 *recto*, col. 2, lin. 33).

Aliud Capitulum.

Si autem fractiones solas sine integro per integrum tantum multiplicare uolueris post fractum numerum denominationis sicut in aliis, hic ex multiplicatione singularum fractionum in denominationes omnium aliarum, secundum predictas regulas, numerum collectio|nis procreabis. Deinde hanc collectionem multiplicabis integrum oppositi lateris; et quod ex hac multiplicatione prouenerit, diuides per numerum denominationis, qui est hoc loco communis; et quod inde exierit, hoc est, quod ex priorum multiplicatione prouenerit. Verbi gratia : proponantur due .5., et due .10. multiplicande in .15. Si ergo denominationem prime fractionis, que est 5, in denominatione secunde, que est .10., multiplicaueris, efficies .50., qui est numerus denominationis: et quia ex alio latere non sunt fractiones; ideo hic idem erit loco numeri communis. Si autem integrum aliquod supra fractiones erit, illud in hunc communem multiplicaremus; et quod inde proueniret, per se poneremus. Et quod ex multiplicatione singularum fractionum in denominationes aliarum proueniret, illi subponeremus. Et ex illis simul agregatis, collectionis numerum faceremus. Sed quia integrum ibi nullum est; ideo per dictas regulas numerum prime fractionis, que est 10, multiplicamus, et efficimus .20., que sunt due quinte partes numeri denominationis, qui est .50. Deinde numerum secunde fractionis, qui similiter est duo, in denominationem prime fractionis, que est .5., multiplicantes, efficimus .10., que sunt due decime numeri denominationis. Agregatis igitur sibi uiginti et .10. efficimus 30 ; et hic est numerus collectionis. In hunc autem multiplica integrum oppositi lateris, scilicet 15, et efficies .4.5.0: hos autem diuide per communem numerum, qui est 5. 0., et exi-

Fol. 94 verso. col. 2.

bunt .9., ut subiecta figura declarat.

	1 . 5.
2. 5.	
2 1 . 0.	
5 . 0.	15.
	5 . 0.
30.	15.
4.	50.
	9

Aliud Capitulum.

Quotiens autem fractio fuerit multiplicanda per integrum numerum fractionis, integrum multíplicabis; et quod ex multiplicatione prouenerit, per denominationem ipsius | fractionis diuides; et quod ex diuisione exierit, hoc est quod ex priorum multiplicatione prouenerit, vt due quinte in .20., si multiplicetur numerus fractionis, qui est duo in .20., efficiunt .40.: si autem diuidantur .4. 0. per .5, que est denominatio fractionis, exeunt .8.; et hoc est quod ex multiplicatione duarum quintarum in uiginti prouenit. fol. 95 *recto*, col. 1.

Aliud capitulum.

Si autem fuerit fractio fractionis, et quantum libet addere uolueris, multiplica primam denominationem in secundam; et quod inde prouenerit, multiplica in tertiam. Et similiter quod inde prouenerit, si forte tot fuerint, multiplica in quartam, et sic usque ad ultimam faciendo, efficies numerum denominationis. Deinde multiplica numerum fractionis in integrum; et quod inde prouenerit, diuide per hunc numerum denominationis; et quod de diuisione exierit, hoc est quod ex multiplicatione fractionis fractionis in integrum prouenerit. Verbi gratia: proponantur .3. octaue unius septime unius decime multiplicande in .4. Prima ergo denominatio, que est .8., multiplicata in secunda, que est .7., efficit 5. 6. Deinde hoc totum multiplicatum in tertiam denominationem, que est .10., 5. 6. 0. reddit; et hic est numerus denominationis huius lateris. Si autem multiplicaueris numerum fractionis, qui est .3., in integrum, qui est .4., efficies .12.; quos .12. diuide per predictum numerum denominationis: sed quia minor est quem diuidis; idcirco denominabis illum a maiore sic.

In his autem omnibus, ubi una sola fractio est multiplicanda per integrum, aut per fractionem aliam tantum, numerus fractionis erit numerus collectionis. Verbi gratia: ponitur una medietas multiplicanda

fol. 95 recto, col. 2.

| in duas tercias hoc modo:

	4
2	
8	
7	
10	
560	
22240.	
4480	

1.		.2.
2.		3
2		3
	.6.	
1		2
	2	

Aliud Capitulum.

Si autem predictos numeros et fractiones, alios per alios diuidere, uel agregare, uel diminuere uolueris, ipsos sicut predocuimus, in duobus lateribus ordinabis. Et in communem numerum, sicut superius ostensum est, ex numeris denominationum procreatum unumquodque latus per se multiplicabis; et quod ex multiplicatione cuiuslibet lateris in communem numerum prouenerit, hic suus cuiuslibet lateris numerus collectionis erit. Hoc facto, si diuidere uoluisti, diuide collectionem lateris diuidendi per collectionem lateris diuidentis; et quod ex hac diuisione exierit, hoc est, quod diuidendo requiris. Quod ut melius ostendatur, predictum exemplum multiplicandi hic etiam repetatur, ut in quo diuiso cum multiplicatione conuenit, et in quo ab illa differat, per suppositionem preposite figure cognoscatur sic:

8	3
1.	1.
2.	.3.
1.	.1.
4.	.9.
1	
5	
4. 0.	27
1. 0.	8. 0.

Inter multiplicandum igitur, et diuidendum, neque in dispositione laterum, neque in procreandis numeris denominationis, neque in efficiendo numero communi, ulla est diuersitas, sed in creando numero collectionis. In multiplicando etenim quodlibet latus in numerum denominationis, multiplicando numerum collectionis efficiebas.

In diuidendo enim, uel agregando, uel minuendo quodlibet latus in communem numerum multiplicando, procreas numerum collectionis. Quod enim diuersa per diuersa multiplicare possumus; ideo in multiplicatione utrumque latus diuersarum fractionum, non ad unum idem genus, ut omnes fiant similes, sed unumquodque per se ad illud genus, quod in singulis fractionis lateribus ultimum fuerit, et reducere debemus. Sed quia in diuisione oportet similes per similes diuidi; ideo necesse est utrumque latus fractionum in unum et idem genus, quod in quolibet eorum ultimum inuenerunt, reduci. Quod | ut congrue fiat, necesse est utrumque latus fol. 25 verso, col. 1.
in numerum utriusque communem multiplicari. Et sic collectiones utriusque lateris similes erunt. Postquam ex una eiusdem numeri communis generatione descendunt, et sic apte fiunt ad diuidendum eas inter se. Supraposite ergo descriptionis 1. 0. 8. 0. numerus communis erat. In quem si multiplicaueris integrum primi lateris, qui est tres, efficies .3.2.4.0. Sub hoc autem pones, secundum predictas regulas, tertiam partem numeri communis, que est denominatio prime fractionis, scilicet .3. 6. 0. sub illis etiam pones, secundum easdem regulas, nonam partem numeri communis, quota est denominatio secunde fractionis, scilicet .1. 2. 0. Ex quibus omnibus agregatis simul fit numerus collectionis primi lateris, qui est .3920. Similiter facies de reliquo latere. Multiplicabis enim integrum secundi lateris, que (*sic*) est 8, in numerum communem, et proueniunt inde .8.6.4.0. Sub quibus etiam pones medietatem numeri communis, quota est denominatio prime fractionis, scilicet .5.4.0. Sub istis etiam pones quartam partem numeri communis quota est denominatio secunde fractionis, scilicet .2. 9. 0. Sub quibus etiam omnibus pones quintam partem numeri communis, quota est denominatio tertie fractionis .2.616. Ex quibus omnibus agregatis proueniunt .9.6.6.6., qui est numerus collectionis secundi lateris. Harum autem

collectionum maiorem per minorem diuide, et exibunt de diuisione duo integri, et due millesime ducentesime uicesime sexte unius, vt subiecta figura declarat.

.8.	.3.
1 2.	1 3.
1 4	1 9
1 5	
4.0.	27.
10.	8,0.
9666.	3520.
222	2 6
3.5.2.	0.

Capitulum de eodem. aliter.

Hoc idem est illud etiam quod de multiplicatione, et diuisione integrorum, et fractionum alcorismus dicere uidetur, et si aliter. Cum .8. integros et tres undecimas
fol. 95 verso, col. 2. in tres integros, et unam medieta|tem multiplicanda proponit hoc modo

3	8
1	3
2	1.1.

. Hic enim uterque numerus reducendus est ad ultimum genus suarum fractionum, sicut enim in superioribus, cum integra in fractiones redigebantur per numerum, a quo ipse denominate sunt, scilicet per .60. multiplicabuntur. Sic et hic multiplicamus tres in duo, a quibus fractiones denominantur medietates, et fiunt sex medietates. Quibus adiungimus unam, et fiunt .7. Post hec multiplicamus .8. in undecim, a quibus denominantur undecime; et proueniunt .8. 8. undecime. Quibus addentes tres, facimus .9. 1. undecimam. Sic itaque reduximus utrumque numerum in genus suarum fractionum. Deinde multiplicauimus illas .7. medietates, que erant in suo genere prime fractiones, quasi minuta in .90. unam undecimas, que in suo genere similiter erant in prima differentia fractionum; et reduximus ad secundas fractiones, que descendunt ex utrarumque superiorum genere, communiter scilicet a medietatibus et undecimis. Non enim possunt denominari uel a duobus tantum, uel ab undecim tantum; sed denominantur ab utrisque. Dicuntur etenim undecime medietatum, uel medietates undecimarum. Et ex predictarum multiplicatione proueniunt .6. 3. 7. Quos ut reduceremus ad superiora, quia descendunt a diuersis, necesse fuit nobis eos diuidere per numerum communem illis

duobus. Quem communem sic inuenimus. Multiplicauimus enim duo, unde dicuntur medietates, in undecim, unde denominatur undecime, et prouenit ex multiplicatione communis numerus, scilicet .22., per quem diuisimus summam predictarum fractionum, et exierit de diuisione .2. 8. integri .720. una uicesima secunda unius integri. Si autem summa, que prouenerit ex fractionibus in se multiplicatis, non poterit diuidi | per communem numerum utrarumque fractionum, faciemus denominationem earum fractionum ab illo communi. Et quomodo habuerint se ille fractiones ad communem numerum, ita tota pars unius integri proueniet ex eisdem fractionibus in se ductis. Verbi gratia: multiplicentur .3. septime in .4. nonas, et fient .12. none septimarum. Quas non possumus diuidere per communem numerum utrarumque fractionum, id est per .6.3., qui prouenerit ex multiplicatione .7. in .9., a quibus denominantur fractiones, eo quod sit maior: fecimus ergo collationem .12. ad .6. 3.; et quomodo se habent .12. ad .63., ita se habet hoc quod prouenit ex multiplicatione trium septimarum in .4. nonas ad suum integrum. fol. 96 recto, col. 1.

Notandum est autem, quod hec fractiones quotecumque sint, tunc tamen prime dicuntur, cum primum ad diuidendum, uel ad multiplicandum sumuntur. Genus autem fractionis dicitur a quo ipsa denominantur: quod autem de multiplicatione integri cum fractione per integrum cum fractione, hoc idem esse quod in superioribus dictum est intelligi possit, eadem figura subiecta ostendit.

3		8
1		3
2		.1.1.
2		11
.2.		2.
7.		91
6.	3.	7.

Capitulum de diuisione.

Similiter etiam idem est in superioribus quod de diuisione docet dicens. Cum numerum integrum cum fractione aliqua diuidere nolueris per numerum integrum cum fractione alterius generis, ipsum utrumque numerum reduc prius in fractiones igitur unius generis. Similes enim fractiones per

similes sunt diuidende, uel etiam similes inter se sunt conferende, si non possunt diuidi, sicut predictum est. Sic autem facies. Prius diuidendum et diuidentem numerum hinc inde contra se dispones. Sub ipsis autem numeros suarum fractionum, sub fractionibus autem numeros suarum denominationum. Quibus sic dispositis, ipsos | numeros, a quibus fractiones denominantur, prius in se multiplica: numerus autem, qui inde prouenerit, communis dicitur; quia ex utriusque fractionis denominationibus in se multiplicatis communiter nascitur. Postea in hunc communem numerum integros, qui diuidendi sunt, multiplica; et quod inde prouenerit, unumquodque per se pone. Deinde fractionem diuidendi lateris multiplicabis in numerum a quo denominatur fractio numeri diuidentis. Et quod inde prouenerit, priori summe agregabis. Sic reduces diuidendum numerum in ultimum genus fractionum. Deinde ex alio latere numeri diuidentis integros in priorem numerum communem multiplica. Post modum autem fractionem eius in numerum a quo denominatur fractio numeri diuidendi uersa uice, sicut prius de illa feceras, multiplica. Et quod inde prouenerit, multiplicationi sui integri cum numero communi agrega. Sic utrosque in consimiles fractiones reduces; reductos autem maiorem per minorem diuide. Quod ut clarius fiat, proponantur numeri, scilicet .2. 0. integri, et due tercie decime per 3^{es}, et terciam diuidendi, sicut subiecta figura declarat.

fol. 56 recto, col. 2.

20.	3
2.	1
13.	3

Oportet igitur ut uterque numerus reducatur ad idem genus fractionum. Sed quia in utroque fractiones omnino sunt diuerse; non enim tercia denominatur a tertia decima, nec e conuerso: inuenimus idcirco utriusque fractionis numerum communem. Multiplicantes enim tres, a quibus denominatur tercia, in .13., vnde nominantur tercia decima, efficimus .3. 9., qui est numerus communis. Post hec multiplicauimus .2. 0. integros in hunc numerum communem; et prouenerint inde .5. 8. 0. tercie decime terciarum. Deinde multi-

plicanimus duas tercias in 3es, ut fierent terciarum decimarum; et prouenerunt .6., quas addimus numero suarum fractionum, et fuerunt omnes .5. 8. 6. Sic ergo reduximus diuidendum numerum ad tercias de|cimas tertiarum. fol. 96 *verso*, col. 1, Deinde ex opposito latere multiplicauimus tres integros in predictum numerum communem, ut descenderent ad easdem fractiones, et prouenerunt inde .1. 1. 7. Postmodum multiplicauimus unam tertiam in .3, ut fieret terciadecima terciarum, et habuimus .13. Quas adiungentes multiplicationi sui integri cum numero communi, scilicet ad .1.1.7., fecimus .1. 3. 0.; et ita reduximus utrumque numerum cum fractionibus suis ad idem genus fractionum. Quod diuidendus (*sic*) prius reduximus in .7. 8. 6. tredecimas terciarum, et diuidentem in .1. 3. 0. tredecimas tertiarum: hoc facto diuidimus maiorem, scilicet .7. 8. 6., per minorem, scilicet .1. 3. 0., et prouenerunt ex divisione .6. integri, et sexcentissime trigesime unius integri; et ita fit in omnibus diuersi generis fractionibus, sicut subiecta figura declarat.

20.	3.
2	1
13	3
13.	3
39	
7. 8. 6.	1. 30.
	6
	6
13 0	

Si autem fuerint heedem, ut sunt quarte et quarte, uel octaue et octaue, uel septime decime et decime septime, reduc unum quodque integrum ad suam fractionem, quia sunt unius generis et equales. Postea diuide diuidendum per diuidentem, et sic rectam facies diuisionem.

Nota quia aliterque hic quam in predictis numerus collectionis docetur fieri, scilicet ut fractio unius lateris muliplicetur in denominationem fractionis alterius lateris, et e conuerso. Idem.tamen prouenit quod et in superioribus, secundum alias regulas.

Si autem agregare uolueris, agrega utramque collectionem; et quod ex agregatione prouenerit, diuide per numerum communem; et quod de diuisione exierit, hoc est quod ex agregatione requiris.

Si autem diminuere uolueris, minue collectionem; minorem de maiore, et quod remanserit, diuide per communem numerum; et quod inde exierit, hoc est quod diminuendo requiris.

Nota quod omnium numerorum, siue similium, siue diuer|-
fol. 76 *verso*, col. 2. sorum, cum dimiseris secundum in primum, et e conuerso; et postea quod ex utraque diuisione exierit, si multiplicaueris unum in alterum, ex eorum multiplicatione non nisi unitas prouenerit. Verbi gratia : sint duo numeri, scilicet duo et tres; si diuiseris tres in duos, exibit unum et dimidium; et iterum si duos in tres diuiseris, exibunt due tercie. Deinde si multiplicaueris duas tercias in unum et dimidium, exibit unum, ut subiecta figura declarat.

1.		
1		2
2		3
2.	6.	3
3		2
	.6.	
	.1.	

Similiter etiam fit in omnibus aliis numeris qualescumque uolueris. Similiter etiam fit et e conuerso. Si primum in secundum multiplicaueris et e conuerso; et deinde quod ex utraque multiplicatione prouenerit, alterum per alterum diuiseris, non nisi unum exibit, ut omnibus poteris experiri.

Capitulum de inuenienda radice numerorum.

Postquam multiplicandi et diuidendi tam integros quam fractiones, doctrinam plenam tradidimus, restat ut inueniendi radices numerorum regulam deinceps assignemus. Cuius rei scientia non solum ad geometriam et astronomiam , uerum etiam ad totam quadruui disciplinam ualde est necessaria , sicut omnis asserit quicumque studuit in mathematica scientia. Vnde uidendum est, quid sit numerorum radix. Radix autem cuiuslibet numeri est quilibet alius numerus, qui in se multiplicatus reddit ipsum. Vnde binarius radix dicitur quaternarii, quia ductus in se ipsum reddit quaternarium. Bis enim duo .4. efficiunt. Omnis igitur numerus multiplicatus in

se generat numerum habentem radicem, et omnis talis quadratus est, ut his bini, uel quinquies .5. et sic de omnibus.

Et omnis numerus habens radicem, ductus in numerum habentem radicem, procreat numerum habentem radicem, ut quattuor qui habet radicem si multiplicetur in nouenarium, qui similiter habet radicem, procreantur in 36, cuius radix senarius est: sexies enim sex .3. 6. fiunt et | si aliquis numerus diuiditur per alium et fiunt (*sic*) numero exeunti de diuisione radix, tunc si unus eorum multiplicetur in alium, erit simile numero exeunti de multiplicatione radix, quamuis primis numeris non fuerit radix, ut decem et octo, si diuidantur per octo, exibunt duo et quarta. Et huic numero est radix, scilicet unum et dimidium. Et cum multiplicaueris in octo decem et octo, fient .1. 44. Et huic numero est radix, scilicet 12, quamuis neque octo, neque decem habeant radicem. Vnde notandum est, quod non omnium differentiarum limites habentur radices. Sed illos tantum, qui ex multiplicatione alicuius limitis in se procreantur. Vnde unitas, que est primus limes, radicem habet; quoniam non ex alio, sed ex sui in se multiplicatione generatur. Semel enim unum, unum est. Vnitas enim, licet numerus non sit, omnium tamen numerorum omnem in se proprietatem potentia continet. Secunde uero differentie limes similiter denarius caret radice; quia ex ductu nullius in se generatur. Tercius vero limes, scilicet centenarius, radicem habet; quia ex multiplicatione denarii in se procreatur. Decies enim decem, centum reddunt. Quartus vero limes, scilicet mille, radice caret. Nullus enim numerus qui est in se ductus eum generet. Quintus uero limes, scilicet decem millia, radicem habet; quia centenarius in se ductus eum generat. Cencies enim centum, decem millia fatiunt; et sic in ceteris differentiis a primo limite usque in infinitum. Quicumque limites imparium differentiarum loca sortiuntur, radicem habere probantur, vt alterna uicissitudine

fol. 97 recto, col. 1.

procedentes, prima differentia radicem habeat; secunda careat. Tercia ex radice generetur: Quarta radice priuetur; et sic semper ille differentie habuerant radices que ordine fuerint inpares. Vt prima, tercia, quinta, septima et in ceteris similiter. Que uero in ordine fuerint pares, erunt radices carentes, Vt secunda, quarta, sexta, octaua, decima et sic in ceteris.
fol. 97 recto, col. 2. In | fractionibus autem e contrario fit, quia prime fractiones radice carent, et secunde habent. Tercie radice priuantur, et quarte a radice procreantur. Minuta enim, que inter fractiones primum locum tenent, radice carent. Sed secunda, que post minuta secundum locum sortiuntur, radicem habent, quia ex minutis in se multiplicatis, secunda generantur. Tercia similiter, que tercio loco succeduut, radicem non habent, quia a nullis in se ductis descendunt. Quarta autem, que quarte differentie locum optinent, habent radicem; quia ex secundis in se multiplicatis proueniunt. Similiter etiam fit in aliis fractionibus alterius denominationis, ut medietatibus tertiis ac quintis, sextis et ceteris. Hec enim omnes prime differentie, et prime fractiones esse dicuntur; et ideo radice carent. Sed que ex his in se ductis generantur secunde differentie esse dicuntur, et ideo radicem habent. Sicut ex multiplicatione medietatis in se quarte generantur, et dicuntur medietates medietatum; et ex multiplicatione tercie in se procreantur none, et dicuntur tertie tertiarum. Et ex multiplicatione quinte in se fiunt quinte quintarum. Similiter etiam undecima, uel tredecima radicem non habent, et consimiles que sunt prime fractiones. Sed undecime undecimarum, uel tredecime tredecimarum, uel quinte decime quintedecimarum, et sic de reliquis radicem habent. Harum autem fractionum fractiones tercie differentie esse dicuntur, et radicem non habent, ut quinte medietatum medietatum, et tredecime tredecimarum tredecimarum, et sic de reliquis: omnes ergo fractiones, que ex aliarum multiplicatione non proueniunt, fractiones prime

differentie sunt, et radicem non habent. Que uero ex aliis in se multiplicatis primo generantur fractiones: secunde differentie appellantur, et radicem habent. Similiter et de reliquis. Sic autem disponantur differentie harum sicut differentie minutorum, et secundorum, terciorum atque quartorum; quod in sequentibus melius ostendetur. Igitur manifeste demonstratum est, impares differentias in integris numeris habere radices, et pares minime. In fractionibus uero e contrario contingit, quia pares habent radices, et inpares carent.|

Capitulum de assignanda regula inueniendi radicem numeri. fol. 97 verso, col. 1.

Ilis igitur precognitis, cum radicem cuiuslibet numeri inuenire volueris, eum per differentias suas prius ordinabis. Et quia semper ab impari inchoandum est, idcirco an pares sint differentie, an impares considerabis. Si enim fuerint impares, sub ultima earum numerum excogitatum pones, qui in se ductus reddat numerum equalem numero sibi superiori, uel minorem, propinquiorem autem quam possit inueniri. Si autem fuerint pares, pones sub penultima, et illum in se multiplicatum, id est summam prouenientem ex sui in se multiplicatione subtrahes de superiori numero, sicut superius predocuimus in diuisione. Deinde eundem numerum inferiorem in eodem loco duplica, et duplatum una differentia uersus dexteram muta. Post illum autem in alia differentia iterum talem alium numerum nota, qui multiplicatus in numerum duplatum et in se reddat numerum equalem superiori, uel minorem propinquiorem autem sicut predictum est. Et illum numerum, qui ex eius multiplicatione prouenerit, minues de superiori; et postea etiam duplabis ipsum in eodem loco sicut fecisti de primo; et tunc mutabis utrumque una differentia uersus dexteram, si forte tot fuerint differentie superioris numeri. Deinde prepones illis duobus in unum numerum sub alia differentia, qui multiplicatus in illis duobus duplatis, et in se reddat summam equa-

lem superiori, uel minorem, uel et propinquiorem, quam demes de superiori, et iterum duplatis eundem tercium numerum in suo loco; et sic mutabis omnes tres numeros una differentia uersus dexteram. Si forte adhuc aliqua superius superfuerit differentia; quibus iterum prepones quartum numerum eodem modo quo dictum est de aliis tribus. Et ita facies donec nulla remaneat superius uersus dexteram differentia, ad quam possit mutare inferiores differentias. Hoc facto, si aliquid remanserit superius, denomina illud a numero inferiorum differentiarum duplatarum. Deinde dimidia
fol. 97 verso, col. 2. dupplatas differentias, et qui remanserit | numerus, erit radix supraposititi numeri.

Notandum autem, quod si numerus ille fuerit quadratus, id est ex alicuius numeri in se multiplicatione, generatus, nichil remanebit post inuentam radicem.

Duplationis autem causa suprapositi numeri, cum fuerit mutandus, hec est. Cum enim necessario sit preponendus alius numerus, fieret ille in secundo loco articulus, et primus esset digitus; et cum illi sint multiplicandi in se, oportet fieri quadruplicem multiplicationem. Quia et multiplicandus esset articulus in articulum, et digitus in digitum sub alternatim. Deinde articulus in digitum, et digitus in articulum contradictorie. Ideo oportuit mutandum numerum duplari, ut posset sufficere gemina multiplicatio. Idem est enim aliquem numerum multiplicare in alium bis geminatum quod multiplicare in illum simplicem quater. Vt autem clareat quod diximus, premisse regule subiciamus exemplum.

Capitulum de exemplificatione regule preposite.

Proponatur itaque numerus, cujus radix inuenienda est, scilicet | 5. 6. 2. 5. | In prima differentia ponitur quinarius, qui significat quinque. In secundo loco binarius, qui significat uiginti. In tercia differentia senarius, qui significat sexcenta. In quarta quinarius, qui significat quinque millia. Et quia

differentie erant pares, septenarium quem excogitauimus, sub penultima differentia posuimus. Qui septenarius in se multiplicatus reddit numerum minorem quidem, sed propinquiorem tamen superiori, scilicet .4.9., que minuimus de superiore, scilicet de .5.6., et remanserunt in penultima differentia superiori, sub qua erat septenarius .7. similiter. Deinde in eodem loco duplicauimus ipsum inferiorem septenarium qui erat mutandus, et habuimus .14. Remanserunt igitur quattuor in eodem loco, et pro denario posita est unitas in secundo loco. Hoc facto, mutauimus numerum istum ita duplatum una differentia | uersus dexteram, fueruntque .4. sub binario, et unitas sub septenario, qui remanserat ultimus. Deinde excogitantes numerum, inuenimus quinarium, qui positus ante istos duos inferiores, et multiplicatus in illos et in se reddit numerum equalem superiori. Multiplicato enim quinario in unitatem, que erat in ultimo loco, exiuit quinarius. Quem minuimus de septenario, qui erat supra unitatem, et remanserunt duo in loco septenarii. Postea multiplicauimus eumdem quinarium in quaternarium, qui erat in secundo loco, et habuimus .20.; quem, quia erat articulus, minimus de secunda differentia a sua superiore, et nichil remansit ibi. Binarius enim in secundo loco positus significat .20. Deinde multiplicamus eundem quinarium in se, et habuimus .2.5. Deleuimus itaque quinarium superiorem pro digito, id est quinque; et binarium qui erat in secundo loco habeo pro articulo .1. 2. 0., et nichil remansit ex numero superiori. Postea mediauimus numerum, quem duplaueramus, id est .14., et remanserunt .7. in loco quaternarii, in secundo scilicet loco, a quinario; et sic habuimus radicem suprascripti numeri, scilicet .7.5. fol. 98 recto, col. 1.

Si autem aliquid remanserit, denominabis illud a numero duplici ad radicem, hoc est a radice duplata. Et quota pars fuerit illud residuum illius duplate radicis, tota pars unius

integri addenda est ei quod est quasi radix. Verbi gratia: inquirentes radicem huius numeri, qui est .4.0., inuenimus senarium. Sed remanserant .4. superius. Senarius autem duplatus efficit .12. Quota enim pars sunt .4. qui remanserunt duo denarii, qui prouenit ex duplatione radicis, que est senarius, tota addenda est senario, qui nondum erat uera radix; et ideo quasi radix. Quattuor autem tercia pars sunt duodenarii.
fol. 98 recto. col. 2. Tota igitur pars erunt | illi quattuor unius integri. Radix ergo hujus numeri, scilicet .4.0. sunt .6. integri, et tertia pars unius.

Sunt autem numeri, in quibus difficile est radicem inuenire sicut hic .9. 1. 3. 4. 5. Sub cujus ultima differentia, quoniam inpares sunt, ternarium ponimus, qui in se multiplicatus reddit numerum superiori equalem, scilicet nouenario. Deleto igitur superius nouenario, et duplato inferius ternario pro eodem duplato, et commutato una differentia uersus dexteram, ponimus senarium sub unitate. Et quia nullus numerus potest inueniri, qui multiplicatus in senarium reddat parem, uel minorem superiori; quoniam unitas est, ideo post senarium ponendus est circulus, qui circulus multiplicatus in senarium et in se non reddit nisi circulum. Deinde circulus duplatur. Sed sicut multiplicatus nichil reddit nisi in se, et ita et duplatus. Erit ergo unus circulus, uel duo, sed superpositi qui simul cum senario una differentia versus dexteram commutetur, ita ut circulus sit sub quaternario, et senarius sub ternario. Deinde excogitandus est numerus, qui positus ante circulum sub ultima differentia, et multiplicatus in senarium, et in se, reddat numerum equalem superiori, uel minorem sed priorem. Inuenimus ergo binarium, qui multiplicatus in senarium, reddit 12; qui subtractus de superiori, scilicet 13, remanet unitas in tertia differentia superiori, que est supra senarium. Deinde multiplicatus in circulum, reddit nichillum. In se autem multi-

plicatus, reddit .4.; quo subtracto de numero supra posito, scilicet quinario; remanet unitas. Remanet igitur superius 141. Deinde dupletur binarius, et efficit .4.: medietatis ergo istis inferioribus remanet radix 302 integri, et .1.46.1. sexcentesime quarte unius, quod subiecta figura declarat

1.	4.	1.
6.	0.	4.
3.	0.	2.

Capitulum de minuenda radice numeri cum circulis.

Notandum autem, quod si in extractione | radicis remanserint superius circuli, post quos nullus sit numerus, mutabis etiam numerum duplicatum inferiorem, et prepones ei circulum, qui multiplicatus in se, uel in aliud, nichil efficit. Vnde appones circulum, quoniam nullus numerus erat superius. Deinde mutabis eumdem numerum cum circulo sibi preposito, et prepones ei alium circulum; et ita facias donec mutatio ueniat ad primam differentiam. Vel si uolueris, accipies medietatem circulorum, post quos nullus remansit numerus, et prepones illam numero inferiori; et sic minues quesitam radicem. Verbi gratia: cum uelemus extrahere radicem de .1.0.0.0.0., posuimus unum sub ultima differentia; ideo quia erant impares. Et multiplicatum in se extraximus de superiore, nichilque remansit. Duplauimus itaque illud in loco suo, et habuimus binarium, quem retraximus ad aliam differentiam; et quia nichil remanserat superius preter circulos, preposuimus ei circulum. Deinde mutauimus ipsum, et circulum, et preposuimus ei iterum alium circulum. Sed quia nullus post hanc ultimam mutationem remanserat circulus, ad quem adhuc mutaremus, mediauimus numerum quem duplaueramus, et remansit nobis radix prepositi numeri, id est centum hoc modo factum fol. 98 verso, col. 1.

0.	0.	0.	0.
	1.	0.	0.

Si autem accepissemus medietatem circulorum remanentium, id est duos, et preposuissemus eos unitati sub posite, eamdem inuenissemus radicem hoc modo

0. 0.
1. 0. 0.

Ordo autem primus regularis. Contingit autem sepe, quod post multos circulos aliquis numerus remaneat, ut hic ut .1. 0. 0. 0. 0. 1. 2. Sed tamen quia supra numerum inferiorem nullus est de quo ipse possit diminui, idcirco non ponentur ante eum nisi circuli hoc modo

1. 0. 0. 0. 0. 1. 2.
1. 0. 0. 0.

Quare numerus per quem radix inuenitur etiam post multiplicationem sui in se, et in alios duplatur. Causa hec est: solus quadratus uere habet radicem, et ejus solius est uera radix. Aliorum autem est quasi radix. Ad inueniendum autem
fol. 98 verso, col. 2. quadra|tum cuiuslibet numeri, partes ipsius uumeri bis debent in se altera in alteram multiplicari. Et quod ex gemina earum multiplicatione prouenit, quadratis ipsorum oportet agregari. Nullus enim numerus est qui non reddat quadratum, et tota summa, que inde conficitur, ille est quadratus numeri qui queritur. Verbi gratia : septenarii quadratum quero; sed partes septenarii sunt tres, et quatuor que in se bis multiplicate sed ter quatuor, et quatuor tres efficiunt .2. 4. Quadratus autem ternarii est nouenarius, et quaternarii sunt .16.: adjuncti ergo .9. et .16. cum .2. 4., efficiunt .49., qui est quadratus septenarii. Septies enim septem 49 fiunt.

Utrum autem radicem bene inueneris, sic probabis. Numeri, cuius radix debet inueniri, per agregationem partium suarum prius notam inueni. Postea autem radicis inuente similiter notam deprehende. Cuius note quadratum require,

et illi quadrato, si quid forte remansit, adiunge, et ex toto eo diuiso per .9. si prior nota remanserit, bene diuisisti. Verbi gratia: hujus numeri, scilicet 5625, radix debet inueniri. Eo autem diuiso per .9. ad ultimum remanent .9., et hoc erit tibi nota. Nota enim hic dicitur. Cum de numero diuiso per .9., uel ipse nouenarius tantum si nichil aliud superest uel alius preter .9. numerus inuenitur. Sicut in superioribus premonstratum est; huius autem radix est [75]; de qua sublatis .9., remanent .3., cujus ternarii quadratus est nouenarius. Et hec est illa prior nota. Si autem aliquid remansisset, illi quadrato adjungeremus, et ex toto sublatis .9., priorem notam similiter inueniremus, nisi forte in radicis inuentione decepti essemus.

Capitulum de inuenienda radice in fractionibus.

Si autem uolueris inuenire radicem alicuius numeri integri cum fractionibus, conuerte integrum in ultimum genus fractionum suarum. Deinde considera, si ille fractiones habent radicem|an non; si habuerint radicem, inuenies illam sicut premonstratum est. Si autem non habeant, reduc eas ad inferiores fractiones habentes radicem. Verbi gratia : sint duo gradus, et tria minuta, et 4 secunda, et sex tercia hoc modo : fol. 39 recto, col. 1.

2.	Gradus
3.	Minuta
4.	Secunda
6.	Tercia

Multiplica igitur duos gradus in .60., et proueniunt ex multiplicatione .120. minuta; quibus adde tria minuta, et fient 1. 2. 3. minuta; et quia hec radicem non habent, multiplica ea iterum in .60., et proueniunt 7380 secunda, quibus adde 4 secunda, et fient .7384. Et hec possunt habere radicem. Sed

quia adhuc alie sunt fractiones inferiores, in genus quarum reducende sunt omnes iste omnino: iterum multiplica predicta omnia secunda in .60., et additis .6, fient .443046. tercia; que quia radicem non habent, multiplicentur in .60., et exibunt .26582760. quarta, que habent radicem. Sic ergo reduximus omnia in ultimum genus fractionum, et hic est numerus collectionis, cujus radicem inuenias secundum prepositam regulam. Similiter etiam facies in fractionibus alterius denominationis, sicut posterius monstrabimus. Deinde considera radicem ex quo genere fractionum sit: semper enim radix medietas est denominationis numeri, cujus radicem inuenisti. Verbi gratia: radix secundorum erunt minuta. Radix quartorum erunt secunda. Radix sextorum erunt tertia, et similiter in fractionibus alterius denominationis. Quia enim fractiones prime non habent radicem: sed fractiones fractionum, ut quinte quintarum, uel tercie terciarum, uel octaue octauarum ; radix earum erit quinta, uel tertia, uel octaua; quia sicut minuta secundorum, ita prime fractiones erunt radix fractionum fractionum; et sicut secunda quartorum, ita fractiones fractionum ra|dix erunt fractionum, onum. onum. onum.

fol. 99 *recto*, col. 2

quantum enim ad nomen denominationis, octaua medietas uidetur esse octaue octaue, et octaua octaue medietas uidetur esse eius que est octaua octaue, que in primo genere est centesima uicesima octaua. Vbi enim numerus aliquo nomine geminato designatur, eius radix eodem nomine semel appellatur, ut illius que est octaua octaue radix est octaua. Et ubi numerus aliquo quadruplato nomine designatur, ibi ejus radix eodem nomine geminato appellatur. Ut eius, que est fractio fractionis. nis. nis, radix est fractio fractionis, et ita in aliis. Inuentam autem radicem subleua eam ad sua altiora, ad que magis poterit eleuari. Verbi gratia : si radix fuerit de genere quartorum, diuide per .60., et exibunt tercia; que tercia iterum diuide per .60., et exibunt secunda; et sic usque ad

gradus; et sic habebis radicem tibi prepositi numeri. Et si radicem uero quadrati numeri uolueris inuenire, reduc eum in fractiones habentes radicem. Et quanto magis reduxeris eum ad inferiores fractiones habentes radicem, tanto melius quod queris inuenies. Et cum inueneris ipsarum fractionum radicem, reduc eam ad sua altiora, ut supradictum est. Verbi gratia: inuenienda est radix binarii: reducamus itaque eum in minuta, multiplicando per .60., et prouenient .120. minuta. Deinde hec eadem minuta multiplicemus per .60., et prouenient .7. 2. 0. 0. Secunda quorum radicem per predictam regulam inueniemus .8. 4. minuta, et aliquid modicum; que minuta subleuabimus ad gradus, et habemus .1. gradum .7.2.4. minuta, et aliquid modicum ultra hec.

De inuenienda radice in fractionibus alterius denominationis.

Cum autem radicem duorum, et tercie atque tredecime unius inuenire uolueris sicut superius in multiplicando, uel diuidendo, reduc omnia ad idem genus fractionum hoc modo. Multiplicatis in se denominationibus frac|tionum, que sunt tercia, et tredecima, efficies numerum denominationis, qui est .39. Deinde in hunc numerum denominationis multiplicabis duos integros, et efficies .78. Sub quibus pones terciam partem numeri denominationis quota est denominatio prime fractionis, scilicet .13. Sub eisdem etiam pones tredecimam partem numeri denominationis quota est denominatio secunde fractionis, scilicet .3. Ex quibus omnibus agregatis efficies .9. 4., qui est numerus collectionis hoc modo: fol. 99 *verso*, col. 1.

2
1 3
1 13
39 9.4

Sic igitur in numero collectionis omnia tam fractiones, quam integra reducta sunt ad unum genus fractionum. Omnes enim sunt tricesime none denominate a numero denominationis, in quem multiplicate sunt. Et quia fractiones primi sunt generis, siue prime diuisionis, quasi minuta, que non ha-

bent radicem. Ideo multiplicande sunt iterum hec omnes fractiones in predictum numerum denominationis, et fient 3666 milesime sexcentesime sexagesime sexte tricesimarum nonarum, que sunt in secundo genere fractionum, quasi secundam radicem habentia. Secundum igitur predictam regulam inueniendi radicem predicte summe, et inuenies radicem ejus 60 tricesimas nonas, et aliquid plus, que sunt in primo genere diuisionis, siue fractionis quasi minuta omnes denominate a numero denominationis, in quem bis multiplicate sunt tricesime none. Deinde ut reducas eos ad integros, diuide illas .60. per predictum numerum denominationis, scilicet .39., et habebis unum integrum .7. 2. 1. tricesimam nonam, et aliquid plus illud, scilicet quod prius ex illa alia diuisione remanserat. Et hec est radix predicti numeri, scilicet duorum, et tercie, et tredecime unius.

Si autem uoluisses predictas fractiones reduxisse ad quartam differentiam fractionum, multiplicares .3. 6. 6. 6. in predictum numerum denominationis, qui est .3. 9., et prouenirent inde .1, 4. 2. 9. 5. 4. &c. tertia; que quia radicem non habent, multiplica ea | iterum in predictum numerum denominationis, et proueniunt .5. 5. 5. 5..9. 8. 6.: quarta quorum per predictam regulam radicem inuenies .2. 3. 3. 9., et aliquid plus, que sunt fractiones fractionum onum, onum in quarto genere fractionum, sicut quarta; vel aliter etiam facere poteris. Multiplicabis enim numerum denominationis in se bis, et in eo quod prouenerit ex bina multiplicatione multiplicabis predictum numerum collectionis, et exibunt quarta. Et deinde per predictam regulam radicem quere. Quarum fractionum sic bis multiplicatarum radix erunt secunde fractiones, sicut secunda quartorum. Quas ut reducas ad integros, diuide per numerum denominationis, scilicet .3.9. bis, et exibit tibi uerior radix, cum ille numerus nullam habeat certam et determinatam radicem; et ita facies in omnibus diuersorum generum

fol. 99 verso, col. 2.

fractionibus . Et secundum hanc, . et premissam regulam omnium numerorum poteris inuenire radicem.

Nota autem quod in fractionibus maior est radix quam numerus, cuius radix est cum integris non fiat ita. Radix enim per multiplicationem inuenitur. Sed per multiplicationem integri crescunt, fractiones autem decrescunt. Cum enim dico ter tres, nouem fiunt, qui numerus maior est quam tres. Cum autem multiplico terciam in terciam, prouenit nona; que multiplicatio minor est quam tercia. Similiter cum multiplico medium in medium, prouenit quarta, que minor est quam medietas; quanto enim maior est fractio, tanto minor est numerus a quo denominatur, et e conuerso. Quod autem secunda dicuntur habere radicem, et non minuta non quolibet modo, quod intelligendum est. Quinque enim secunda, uel septem et similia radicem non habent, nisi in numeris radicem habentibus, ut .9. 2. 1. 6., et similia; minuta uero in nullo.

Attende etiam, quod sunt quedam fractiones, que uidentur fractiones primi generis , uel prime fractiones, ut quarta, nona, sexta decima, uicesima quinta, et consimiles. Sicut enim primo loco aliquid di|uiditur in duo media, aut in tres tercias, aut in sex sextas, ita et primo loco illud idem potest diuidi in quatuor quartas, et in .9. nouas, uel in 16 sex decimas, uel in centum centesimas, et sic in aliis; et tamen iste dicuntur esse fractiones secundi generis, et habere radicem, non quia secunda diuisione semper necessario ab integris descendant. Sed quia accidit eis denominari a numeris quadratis, quorum omnes radicem habent, sic ut quarta a quatuor, et nona a nouem et sic de ceteris; de quibus in singulis pene limitibus una inuenitur preter primum limitem, in quo due tantum reperiuntur ut quarta, et nona. fol. 100 *recto*, col. 1

Et etiam quia nona est tercia tercie, et quarta medietas medietatis, et centesima decima decime, et uicesima quinta

est quinta quinte, et sexta decima est quarta quarte, et sic in aliis. Sed sexta decima est in quarto genere, quia est fractio fractionis onis, quia est fractio quarte, que quarta est fractio medii. Quod medium est fractio integri. Omnes ergo fractiones possunt dici secunde, que ab aliis fractionibus in se multiplicatis descendere uidetur, quamuis ab ingro (*sic*) primo loco descendant, ut quarta a multiplicatione medii in se, et nona a multiplicatione tercie in se, et similiter in aliis. Non tamen id circo putes tria minuta esse radicem nouem minutorum. In fractionibus etenim radix, et id, cuius est radix, numquam sunt eiusdem generis. Vnde tria minuta non possunt esse radix 9 minutorum, nec tres none nouem nonarum, et sic in alis.

Item de inueniendo radice integrorum numerorum alio modo per circulos.

Cum radicem cuiuslibet numeri aliter quam superius prepositis, scilicet circulis, ipsum numerum per differentias suas sicut superius dispone; et illi sic disposito, quot quot uolueris, sed tamen pares circulos prepone. Quia quanto plures circulos apposueris, tanto facilius ueriorem radicem inuenire
fol. 109 recto, col. 2. poteris. | Deinde numeri compositis circulis dispositi secundum prescriptam regulam radicem inuenias. Sed si aliquid superius preter ueram radicem remanserit, illud quasi non curatis de eo pretermittas. Et ex hoc quod aliquid remanet, scias quod numerus ille certam radicem non habet. Si uero nichil remanserit, radix eius inuenta erit uera radix. Deinde considera, quot differentias teneat radix inuenta. Et in ipsis differentiis radicis inuente, si aliquam, uel aliquas differentias super numerum medietatis prepositorum circulorum inueneris, eas inde deletas alibi nota. Verbi gratia: si preposuisti .4. circulos, et in radice fuerint plures quam due differentie, que sunt medietas .4., quot quot inueneris differentias radicis ultra duas, per se separatim pone, remanentibus ibidem dua-

bus, que sunt uersus dexteram. Si autem preposuisti sex circulos, et in radice fuerint plures differentie quam tres, que est medietas senarii, qui erat numerus circulorum, quot quot inueneris radicis differentias ultra quam tres, per se separatim pones, ibidem remanentibus tribus uersus dexteram. Et sic facies in omnibus secundum numerum medietatis circulorum, pretermittendo differentias radicis in suo loco; et que numerum medietatis circulorum excesserint, separatim per se ponendo; et illud quod primum per se separatim posueris, numerus integer, siue gradus erit. Ipsas autem differentias inuente radicis, quas secundum numerum medietatis circulorum ibidem reliqueris, quotquot fuerint in .6.0. multiplica; et deinde numerus multiplicationis, que inde prouenit, quot differentias teneat, considera. Quecumque autem differentie fuerint ultra numerum medietatis prepositorum circulorum, illas sub prioribus aliis separatim per se positis collocabis; et hec erunt minuta. Deinde remanentes secundum numerum medietatis circulorum differentias iterum in .6. 0. multiplica, et de multiplicatione proueniens numerus, quot differentias tenea(*sic*)considera. Illas autem que ultra numerum me|dietatis circulorum superfuerint sub prioribus aliis separatim positis collocabis, et hec erunt secunda. Reliquas autem, secundum numerum medietatis circulorum, in suo loco derelinquas: quas ibidem iuxta numerum medietatis circulorum derelictas tercio in .6.0. multiplicabis, et differentias unam uel plures medie circulorum excedentes sub prioribus aliis separatim positis ultimas collocabis, et hec erunt tercia. Ita facies usque ad quarta, et ad quinta, et sexta et deinceps, donec nichil remaneat nisi medietas suprapositorum circulorum. Verbi gratia: cum uelemus inuenire radicem duorum, preposuimus illi sex circulos hoc modo: .2. 0. 0. 0. 0. 0. 0.; fuitque binarius in septima differentia, que est differentia millies millium. Si autem preposuissemus .8. circulos, aut 1. 0., aut plures, sed

fol. 100 *verso*, col. 1.

pares, uerior nobis radixproueniret. Facta autem dispositione, inueniemus radicem duorum cum prepositis sex circulis hoc modo. Quia enim binarius est impari differentia quia in septima, ideo sub ipso ponimus unitatem, que in se multiplicata, de binario supraposito detrahitur, et loco binarii remanet unitas. Deinde unitas inferior duplatur, et una differentia uersus dexteram mutata, sub ultimo circulo ponitur. Est igitur binarius sub circulo, ante quam binarium sub secundo circulo post ultimum quaternarium ponimus. Quem multiplicatum in binarium post se positum de supra posita unitate .1. 0. significante minuimus, et remanent loco ultimi deleti circuli duo. Deinde quaternarium in se multiplicatum de duobus suprapositis .20. significantibus minuimus, et remanent .4. superius loco circuli quinti deleti, ita ut sint .4. sub .4. Deinde ipsum quaternarium duplatum simul cum binario sequente una differentia uersus dexteram mutamus, ita ut binarius sit sub quaternario, et octonarius sub quarto circulo. Ante uero octonarium ponimus unum, quem multiplicatum in binarium primum, de supraposito quaternario diminuimus; et loco quaternarii superius remanent duo. Deinde
fol. 100 verso, col. 2. unum | multiplicatum in octonarium de duobus suprapositis .20. significantibus diminuimus, et de .20. remanet .12.; unitas siquidem loco suprapositi binarii, et binarius loco deleti circuli. Deinde ipsum unum in se multiplicatum de supra posito binario 20. significante subtrahimus; et de .20. remanent .1.9.. Vnitas et enim remanet loco binarii .29. loco tercii deleti circuli. Deinde ipsum unum duplatum cum binario, et octonario post se positis. Vna differentia uersus dexteram mutamus, ita ut primus binarius sit sub penultima unitate, et octonarius sub nouenario, et binarius sub secundo circulo. Post hec ponimus quaternarium ante binarium sub primo circulo. Quem multiplicatum in ultimum binarium de duabus suprapositis unitatibus .11. significantibus subtrahimus,

et de undecim remanent tres loco penultime unitatis. Deinde quaternarium multiplico in octonarium, et proueniunt .3.2.; quos subtrahe de suprapositis .3.9., et deletis tribus de loco suo, in loco nouenarii remanent .7. Deinde ipsum quaternarium multiplicatum in binarium de supraposito septennario significante .70.,subtracto .28.7.0.,remanent .6.2., et senarius est loco septenarii, et binarius loco deleti secundi circuli : ad ultimum autem multiplico quaternarium in. se, et proueniunt .1.6. ; quos subtrao de supraposito binario .2.0. significante, et remanent .4. loco primi deleti circuli , et circulus loco binarii. Deinde dupla ipsum quaternarium, et postea dimidio ipsam totam radicem duplatam , et ab eo .1.4.1.4 et aliquid modicum hoc modo |6. 0. 4| . Quod quia modicum est . multum non curamus |1.4.1.4| de eo. Sed quia quatuor sunt differentie in radice inuenta, et medietas circulorum sunt .3.; ideo quartam differentiam radicis, scilicet unitatem, que excedit | numerum medietatis et circulorum,et assummimus,et fol. 101 recto, col. 1.
deletam de loco suo alibi notamus, et est ibi numerus integer. Deinde tres differentias pretermissas, que sunt .4.1.4.,multiplicamus in .60., et ex multiplicatione proueniunt .2. 4.8.4.0. Sed quia hic numerus cum circulo quinque differentias occupat, ideo duas ultimas, scilicet .2.4.,que excedunt medietatem circulorum, assummimus, et eas deletas de loco suo sub unitate separatim posita locamus; et sunt ibi minuta hoc modo: |1 / 24|.

Reliquas autem tres differentias, que sunt .8. 4. 0., iterum in sexaginta multiplicamus, et proueniunt inde .50400. Sed quia hic numerus quinque differentias occupat , ideo duas ultimas, que sunt .5.0., assummimus, et eas deletas de loco suo sub prioribus aliis separatim positis locamus , et fiunt ibi secunda hoc modo :

1
24
50

Reliquas autem tres differentias, quas iuxta numerum medietatis circulorum dimiseramus, que sunt 400, iterum in 60 multiplicamus, et proueniunt 2.4.000. Sed quia hic numerus quinque differentias tenet, ideo duas ultimas, que sunt .2.4., assummimus, et eas de loco suo deletas sub prioribus aliis ponimus, et fiunt ibi tercia hoc modo: . Et hec est radix duorum cum proportione sex circulorum. In pretermissis autem tribus differentiis nichil remansit amplius multiplicandum nisi medietas sex circulorum. Quotquot enim circulos numero, cuius radicem queris, preposueris post factas omnes multiplicationes pretermissarum differentiarum, non nisi prepositorum circulorum medietas remanebit. Sunt autem multi numeri, quorum radicem nunc sic poteris inuenire, quin semper aliquid remaneat.

	1
2	4
5	0
2	4

Nota autem, quod superius per predictam regulam duorum radix inuenta alia fuit quam hec, cum nullus numerus habeat nisi unam radicem; sed hoc contingit, quia binarius non habet ueram radicem, et | ita euenit in omnibus consimilibus. Secundum autem utramque regulam inuenitur radix binarii, que secundum eam uerior potest inueniri. Secundum autem illam uerior inuenitur, secundum quam preter radicem minus remanere cognoscitur. Cum tamen secundum neutram uera ubi aliquid uidet remanere.

fol. 101 *recto*, col. 2.

De inuenienda radice cum circulis.

Si autem cuiuslibet numeri integri cum fractionibus uolueris inuenire radicem, reduc eum per premissas regulas in ultimum genus suarum fractionum. Que si fuerint habentes radicem, inuenies eam per premissam regulam, prepositis sibi quodlibet, sed tamen paribus circulis. Si autem non fuerint habentes radicem, reduc eas ad inferiores differentias habentes radicem, uidelicet ad secunda, uel ad quarta; et sic per ordinem, ut predictum est. Quibus sic reductis, et prepositis illis quodlibet, sed paribus circulis, inuenias radicem earum,

pretermittendo semper differentias secundum medietatem prepositorum circulorum, sicut supra monstratum est. Inuenta autem radix, considera quas habent fractiones, quas reducet ad sua altiora. Si enim fractiones, quarum radix erat inuenienda, fuerint sexta, eorum radix erunt tercia. Si autem fuerint quarta, eorum radix erunt secunda. Et si fuerint secunda, eorum radix erunt minuta, que reducenda sunt ad gradus, sicut expositum est in precedentibus.

His ita expeditis, notandum est, quod cum aliquem numerum per alium diuiseris, et de diuisione aliquid remanserit, aut multiplicabis illud quod remanet in .6.0., et summam ex multiplicatione prouenientem diuides per eundem numerum diuidentem, per quem priorem diuisisti; et quod de hac diuisione exierit, erunt sexagesime tot, uel tot partes unius ex numero, qui prius ex diuisione exiuit. Verbi gratia: si primum exierunt .5. gradus, uel .5. integri, ille sexagesime erunt tot minuta unius illorum .5.; de qua iterum diuisione, si forte aliquid remanserit, similiter multiplicabis illud in .60., et summam ex hac multiplicatione prouenientem diuides per | numerum eumdem priora diuidentem; et quod de diuisione exierit, erunt secunda unius priorum minutorum. Si autem ex hac diuisione adhuc aliquid remanserit, multiplicabis illud in .60., et diuides quod inde prouenerit per numerum cetera diuidentem; et quod inde exierit, erunt tercia, scilicet sexagesime priorum secundorum. De qua iterum diuisione si aliquid remanserit, facies de eo quod de prioribus; et ita faties, donec nichil remaneat: aut si uolueris denominare illud quod de diuisione remanet ab aliquo alio numero, ut .120. uicesimam, uel .1. 30. tricesimam et sic de aliis, multiplicabis illud in .20., uel .30.; et quod inde prouenerit, diuides per priorem numerum diuidentem; et quod inde exierit, erunt uicessime, uel tricessime unius predictorum, sicut sexagessimus unius predictorum prius uocabas, cum in 60 multiplicabas.

fol. 101 verso, col. 1.

Aut si hoc facere uolueris, denominabis illud quod remanserit, scilicet quota pars sit illius numeri, per quem diuidis. Aut si uolueris illud quod de diuisione remanet denominare a numero, in quo continentur omnes partes omnium denominationum ab uno usque ad .1.0., ut medietas, tercia, quarta, et similia, multiplicabis illud in hunc numerum, que est |2.5.2.0|. In hoc enim omnes partes continentur ab uno usque ad .10. Et quod ex hac multiplicatione prouenerit, diuide per priorem numerum diuidentem; et quod ex diuisione exierit, tota pars erit unius suprapositorum, quota fuerit denominatio a numero, in quem multiplicasti. Oportet autem omnes partes huius numeri pre mente habere. Vt quod

Partes huius numeri	25. 20.
Decima	2.5.2.
Nona	2.8.0.
Octaua	3.1.5.
Septima	3.6.0.
Sexta	4.2.0.
Quinta	5.0.4.
Quarta	6.3.0.
Tertia	8.4.0.
Media	1.2.60.

illum quod de diuisione exit (*sic*)

de diuisione exierit, scias illud quota pars priorum sit. Si enim medietas fuerit, aut tercia, aut quarta, aut una reliquarum partium predicti numeri, qui est .2. 5. 2. 0., tanta pars erit illius numeri, qui de priore

fol. 101 *verso*, col. 2.

diuisione exierat: vt si prius exierunt | gradus, uel minuta, vel secunda, uel aliqua aliorum, quod de hac diuisione erit, exit due milesime quingentesime uicesime tot, uel tot unius predictorum graduum, uel minutorum, uel aliorum; hic etiam habet omnes partes preter septimam, scilicet .1. 0. 8. 0.; qui etiam perfectus numerus est quartus a senario; aut si id quod remanet adeo parum fuerit, non curabis de eo.

Similiter hoc obseruandum est in eo quod remanet preter radicem. Cum enim post extractam radicem aliquid remanserit, aut multiplicabis illud in .60.; et quod inde prouenerit,

diuides per duplatam radicem; et quod de diuisione exierit, uno gradu erit inferius, quam radix fuerit. Quod si adhuc aliquid ex hac diuisione remanserit, multiplicabis illud iterum in .60., et diuides per duplatam radicem; et quod inde exierit, erit uno gradus inferius quam primum; et ita facies usquequo nichil remaneat, sicut predictnm est in eo quod remanet de diuisione. Verbi gratia : si radix fuerit de genere minutorum, illud erit de genere secundorum: aut si radix fuerit de genere secundorum, illud erit de genere tertiorum , et ita consequenter in omnibus aliis . Aut denominabis illud omnibus illis modis , sicut predictum est.

Similiter etiam faciendum est, cum minor numerus per maiorem diuidendus est , scilicet ut aut multiplicetur per 60 donec fiet maior, ut possit diuidi per minorem, aut denominetur, id est minor numerus quota pars maioris numeri esse dicatur, quota ipsa minor denominatur: vt si medietas in uno fuerit diuidenda, dicatur medietas unius; uel una tercia in .15. dicatur tercia pars de quindecim, que est quinque, et est similiter de aliis.

Hic incipiunt regule, et primum de agregationibus.

Omnis numerus naturali dispositione circum se positorum numerorum sibi ipsis agregatorum, usque dum occurrens | unitas terminum ponat, medietas est, vt quinarius quaternarii et senarii inter se coniunctorum medietas est similiter ternarii; et septenarii coniunctorum similiter, et binarii, et octonarii similiter unitatis, et nouenarii, et similiter de omnibus. fol. 102 *recto*, col. 1.

Item omnis numerus in se multiplicatus tantam summam reddit, quanta ex circumpositorum inter se, et differentiarum inter se, quas habent circumpositi ad medium multiplicatione prouenerit. Tantum enim fit ex quinquies .5., quantum ex quater .6., adiuncta multiplicatione differentiarum, quas habent ad .5.1. unum et unum; que multiplicata in se non faciunt nisi unum. Et quantum prouenerit extra septem, uel ex bis

octo, uel ex uno et nouem; sed adiecta semper multiplicatione differentiarum, quas habent extremitate ad medium.

Item omnis numerus usque ad .10. in se ductus tantum reddit in quantum primi duo circumpositi in se ducti, sed unitate dempta de multiplicatione medii.

Si uis scire ex agregatione numerorum ab uno naturaliter se sequentium quanta summa reddatur, ipsum in quo desieris, si par fuerit, multiplica per medietatem sui, et adde ipsam medietatem, et hec erit summa, que ex ipsis efficitur: verbi gratia : dispone in ordinem .I. II. III. IIII. 5. 6. 7. 8; multiplica ipsum, in quem desiisti, scilicet 8, per medietatem sui, scilicet per .4., et efficies .32.; et adde insuper .4., et hec erit summa, que ex agregatione illorum efficiebatur, scilicet .36.: uel sequentem inparem per medietatem eiusdem paris multiplica, et habebis summam.

Si uero impari desieris, verbi gratia .1. 2. 3. 4. 5. 6. 7., ipsum scilicet septem multiplica per maiorem partem sui, scilicet .4.; 7. enim constat ex tribus et .4., et quater septem efficiunt .28.; et hec est summa predictorum; uel per medietatem sequentis paris eumdem imparem multiplica. | Si autem non ab unitate incipiens continue numeraueris, ac si ab unitate incepisses operandum est; et omnes que sub eo sunt, a quo incepisti, agreges illud agregatum a producto subtrahendum, residuum erit summa.

fol. 102 *recto*, col. 2.

Si ex solis paribus a binario se per ordinem naturaliter sequentibus agregatis scire uolueris quanta summa reddatur, ipsum in quem desiisti, inde quotus est a primo pari, et per ipsum a quo denominatur, multiplica sequentem se, et efficies summam. Verbi gratia: .II. 4. 6. 8. 10. vltimus est .10., et est quintus a primo pari, id est binario .v., aut sequitur senarius per .5: ergo a quo denominatur .10., multiplicetur senarius, et quinquies sex; uel e conuerso fient .30.; et hec erit summa predictorum: uel medietatem paris numeri, in quo

desinis per medietatem proximi sequentis paris multiplica, et habebis summam. Si uero non a binario incipiens continuo numeraueris, pretereundo in pares, ac si a binario incepisses agendum; et omnes pares, qui sub eo sunt, a quo incepisti, coacerues illud coaceruatum a producto subtrahendum, et residuum erit summa.

Si autem ex agregatis imparibus ab uno naturaliter se sequentibus scire uolueris quanta summa reddatur, ipsum a quo denominatur ultimus, in quem desinis, multiplica in se ipsum, et efficies summam. Verbi gratia .1. 3. 5. 7. 9., vltimus est nouem, et est quintus in ordine; .5. uero a quo denominatur, multiplicetur in se, et efficies .2. 5.: quinquies enim quinque, .2. 5. fiunt; et hec erit summa predictorum.

Vel a proximo pari, qui est post imparem in quo desinis, medietatem subtrahe, ablatam per se multiplica, et habebis summam.

Si uero ab unitate incipiens, ac si ab unitate incepisses, agendum est; et omnes impares, qui sub eo sunt a quo incepisti, coacerues. Illud coaceruatum a producto subtrahendum, residuum erit summa.

Si autem ex agregatis quodlibet duplicibus a primo | per ordinem se naturaliter sequentibus scire uolueris quanta summa reddatur, ultimum, in quem desinere uolueris, multiplica per primum parem, scilicet binarium; et que summa ex eorum multiplicatione prouenerit, subtracto primo pari, illa eadem ex predictarum agregatione colligitur. Verbi gratia .2. 4. 8. 16. 32., ultimum qui est .32., et multiplica per binarium, et efficies 64; et subtrahe a quo inceperis; et quod fiet, hec est summa predictorum, scilicet .62., uel aliter. fol. 102 verso, col. 1.

Quodlibet duplitium a primo naturaliter se sequentium ultimus duplatus est summa omnium agregatorum, subtracto primo pari; uel aliter generalius. Ex quolibet duplorum agregatione si uolueris scire quanta summa proueniat, duplica

extremum, in quem desieris, et subtrahe primum a quo inceperis; et quod fit ex duplatione ultimi cum subtractione primi, hec est summa quam requiris. Vel si ab uno incipere uolueris, duplationi ultimi ipsum addere debebis, et precedentium summam habebis.

Si ex quibuslibet agregatis triplis uis scire quanta summa reddatur, ultimum, in quem desieris, diuide, et minorem eius partem triplica; et quod ex eius triplicatione prouenerit, precedentium summa erit. Verbi gratia: .3. 9. 2. 7. 8. 1. 2. 4. 3., vltimi medietas minor .1. 2. 1.; hec triplicata reddit .3. 6. 3.; quam summam agregati precedentes tripli reddunt.

Si uolueris scire ex agregatione omnium quadratorum quorumlibet numero ab uno naturaliter se sequentium quanta summa perueniat inde, prius ex agregatione ipsorum numerorum quanta summa prouenit. Deinde duas tercias numeri quot ipsi sunt naturaliter se sequentes, addicta tercia parte unius, multiplica in predictam summam; et quod inde prouenerit, summa agregationis quadratorum ipsorum numerorum erit. Verbi gratia : sint numeri naturaliter se sequentes isti quatuor, scilicet .1. 11. 3. 4., quorum agregationis summa est .10.; quadrati uero ipsorum, sunt .4., si unum .2.4.29 et .16. Si ergo uis scire ex agregatione istorum quadratorum quanta
fol. 102 *verso*, col. 2. summa proueniat, duas tercias partes quaternarii | quot scilicet sunt, que sunt .3. minus tercia, multiplica in predictam summam numerorum, que erant .10., et cum additione tercie partis unius fuerit .30.; et hec summa prouenit, si predictos quadratos agreges, scilicet .1. 4. 9. 16.

Omnes numeri equa differentia se uincentes, si fuerint in impari numero, tantum reddit medius in se duplatus, quantum extremi sibi agregati, et extremi extremorum, vt .2. 4. 6. 8. 10. 22. 14.

Omnes numeri equa proportione a se distantes, si fuerint impares numeri, tantum reddit medius in se multiplicatus,

quantum duo circumpositi, et circumpositorum circumpositi in se ducti usque ad unitatem, vt .2. 4. 8. 1. 6. 32.

Si uero pares fuerint tantum duo medii in se ducti, quantum duo extremi, et extremi extremorum in se ducti, vt .2. 4. 8. 6. 16. 32. 64. 64. 128. 256.

Si uero impares fuerint, tantum efficiunt duo medii sibi agregati, quantum extremi, et extremi extremorum usque ad unitatem, ut .2. 4. 6. 8.

De multiplicatione digitorum in se.

Omnis namque numerus infra denarium multiplicatus in se ipsum reddit summam sue denominationis deculpate (*sic*). Subtracta inde multiplicatione differentie ipsius ad denarium facta in se ipsum. Verbi gratia: sexies sex dicantur fieri .60., que est denominatio a sex deculpata (*sic*); differentia autem senarii ad denarium est quaternarius, qui multiplicatus in sex, facit .24. His ergo .24. de sexaginta subtractis, remanent .36.; quam summam redunt sexies sex; et in omnibus sic ab uno usque ad decem, uel aliter.

Si autem maiorem per minorem, uel e conuerso multiplicare uolueris, differentiam maioris ad denarium multiplica in minorem; et ipsam multiplicationem subtrahe a denominatione factam a minore; et quod remanserit, est summa que prouenit ex multiplicatione diuersorum numerorum. Verbi gratia:|Cum multiplicaueris quinquies .7.,dic fieri quinquaginta, que est denominatio a quinque,qui erat ibi minor numerus; sed differentia maioris numeri, scilicet .7., ad denarium sunt tres; qui tres multiplicati in minorem numerum, scilicet .5., fiunt .15.: his ergo subtractis de .50., remanent .35.; et hec est summa quam fatiunt quinquies .7., uel e conuerso, uel aliter. fol. 103 *recto*, col. 1.

Denominatio fiat a maiore, et differentia minoris ad denarium multiplicetur in maiorem, et subtrahatur de summa prime denominationis. Verbi gratia: Quinquies .7. dicatur fieri .70., qui denominatur a septem; et est maior in illa mul-

tiplicatione, scilicet differentia minoris, scilicet quinarii ad denarium est .5.; qui multiplicatus in maiorem, scilicet .7., facit .35.: his subtractis a .70., que erat decuplata denominatio a maiore, scilicet septenario, remanent .35.; et hanc summam reddunt multiplicati alter per alterum quinquies .7., uel e conuerso septies .5.

Omnium ergo trium numerorum eiusdem propositionis, si multiplicaueris primum in tercium, tantum .prouenerit ex multiplicatione eorum, quantum ex ductu solius medii in se; quorum si prepositis primo et medio, tertius tantum fuerit incognitus, multiplica medium in se; et quod inde prouenerit, diuide per primum, et quod exierit de diuisione, erit tercius.

Aut si primus tantum fuerit incognitus, multiplica medium in se, et diuide per tercium, et exibit primus.

Aut si medius tantum fuerit incognitus, multiplica primum in tercium, et radix eius quod inde prouenerit, est medius; quoniam medius in se ductus tantum reddit, quantum duo extremi; quod in prepositis numeris facile notabis. Si ergo aliqui quatuor numeri fuerint proportionales, scilicet ut quomodo se habet primus ad secundum, sic se habet tercius ad quartum; tunc tantum proueniet ex multiplicatione primi in quartum, quantum ex multiplicatione secundi in tercium. In hiis autem .4. terminis socii sunt primus et quartus. Secundus et tercius (.a.). Item si aliquis eorum ignoratur, productus
fol. 103 *recto*, col. 2. ex aliis | duobus per ignorati socium diuidatur, et proueniet incognitus: vnde generaliter ex omnibus qualiscumque ignoretur, unumquemlibet reliquorum duorum per socium ignorati diuide; et quod exierit, per socium diuidentis multiplica, et prouenit ignoratus terminus. Vnde si propositis tribus, quartus fuerit tantum incognitus, multiplica secundum in tercium; et quod inde prouenerit, diuide per primum; et quod exierit, erit quartus.

Aut si primus tantum fuerit incognitus, multiplica secundum in tercium, et diuide per quartum, et exibit primus.

Aut si secundus tantum fuerit incognitus, multiplica primum in quartum, et diuide per tercium, et exibit secundus.

Aut si tercius fuerit incognitus, multiplica primum in quartum, et diuide per secundum, et exibit tercius. Verbi gratia: vt si .10. modii uendantur pro .30. aureis, tunc pro duobus modiis sex aurei debentur: hic quatuor numeri sunt proportionales, scilicet decem modii 30 aurei; duo modii sex aurei.4. Que enim proportio est decem modiorum ad .30. aureos, quod est precium eorum, eadem proportio est .2. modiorum ad sex aureos, quod est precium eorum. Cum ergo multiplicaueris primum numerum, qui est .10. modii, in quartum numerum, qui est sex morabotini, proueniunt inde .60.; tantum similiter prouenit ex multiplicatione secundi numeri, qui est.30. morabotini in tercium numerum, qui est duo modii.

Cum ergo aliquis occultans tibi quartum numerum, qui est sex aurei, dicat: cum decem modii uendantur pro .30. aureis, quantum debeatur pro duobus; multiplica tunc .30. morabotinos,qui est secundus numerus,in duos modios, qui est tercius numerus; et quod prouenit, diuide per decem modios, qui est primus numerus, et exibit quartus, scilicet sex aurei, qui debentur pro duobus.

Similiter si occultans primum, qui est .10. modii, dicat: duo modii uenduntur pro sex aureis, quot modii habebuntur pro .30.; multiplica tunc secundum numerum, qui est .30. aurei, in duos modios, qui est tercius numerus; et quod inde prouenerit, diuide per sex, qui est numerus quartus, et exibit primus, qui est scilicet .10., quot dantur pro .30. Similiter si occultans secundum numerum, qui est .30. morabotini, dicat: postquam pro duobus modiis habui sex aureos, quot morabotinos habeo | pro decem modiis. Multiplica tunc primum numerum, qui est decem modii, in quartum numerum, qui est fol. 103 *verso*, col. 1.

sex aurei; et quod inde prouenerit, diuide per duos modios, qui est tercius numerus, et exibit secundus numerus, scilicet 30 morabotini, qui debentur pro decem modiis.

Similiter si occultans tercium, qui est duo modii, dicat: postquam decem modii dantur pro .30. aureis, pro sex aureis quot modios (*sic*) dabuntur. Multiplica tunc primum numerum, qui est decem modii, in quartum numerum, qui est sex aurei; et diuide per secundum, qui est .30. morabotini, et exibit tercius numerus, qui est duo modii: in his autem interrogationibus summo opere notandum est, quod primum dicatur, et quod secundum, scilicet si res prius nominatur aut precium; quidquid enim prius dicitur, illud tercio loco repetitur; et quod secundo nominatur, illud est quartum, siue sit dictum, siue occultatum.

Si autem tercius et quartus ignoratur, sed eorum agregatio tibi sola proponitur, cum eos inuenire uolueris, agrega primum et secundum, et eorum agregatio respectu prime proposite sit tibi secunda.

Deinde multiplica primum numerum in agregationem primam; et quod inde prouenit, diuide per agregationem secundam; et quod de diuisione exierit, erit numerus tercius. Similiter ad inueniendum quartum, multiplica numerum secundum in agregationem primam; et quod inde prouenerit, diuide per secundam; et quod exierit, erit quartus.

Similiter etiam e conuerso, si ignoraueris primum et secundum; sed eorum agregatione cognita, inuenies eos per tercium et quartum, secundum predictam regulam. Verbi gratia: sint quatuor numeri; primus .2.°, secundus .4.°, tercius tres, quartus .6. Si ergo tertius et quartus ignorantur, scilicet tres et .6.; sed eorum agregatio tibi ostenditur, que est nouem; cum eos inuenire uolueris, agrega primum et secundum, scilicet duo et quatuor, et efficies sex. Deinde multiplica primum, qui est duo, in agregationem primam,

que fuit nouem, et fient decem, et octo; quos diuide per agregationem secundam, que est sex, et exibit tercius, qui est tres. Similiter de aliis, vt subjecta figura declarat :

63	42
9	6

Si uero tercius et quartus ignorantur; sed quod ex diminutione minoris eorum ex maiore | remanet tibi, proponitur. Si eos agregare uolueris, diminue primum de secundo, uel e conuerso, scilicet minorem de maiore; et quod remanserit respectu prime proposite, nota diminutionem secundam. Postea multiplica primum numerum in diminutionem primam; et quod inde prouenerit, diuide per diminutionem secundam; et quod ex eo exierit, erit numerus tercius. Similiter ad quartum inueniendum, multiplica numerum secundum in diminutionem primam; et quod pronenerit, diuide per denominationem secundam; et quod exierit, erit numerus quartus. Similiter etiam e conuerso. Si ignoraueris primum et secundum, ostensa tibi eorum diminutione, inuenies eos per tercium et quartum, secundum predictam regulam, ut in predictis numeris patet. Si enim ignoraueris tercium et quartum, scilicet tres et sex; sed quod remanet ex diminutione alterius ex altero tibi ostenditur, quod est tres, tu minue primum de secundo, uel e conuerso semper minorem de maiore, et remanent duo, que est diminutio secunda. Deinde multiplica primum in diminutionem primam; et quod inde prouenerit, diuide per diminutionem secundam; et quod inde exierit, erit numerus tercius. Similiter etiam in aliis, ut subiecta figura declarat

63	42
3	2

. Similiter etiam hoc idem inuenies, si rebus et earum preciis hoc ipsum adaptes. Si uero tercius et quartus tantum fuerint tibi incogniti; sed eorum multiplicatio sola tibi proponitur, tu multiplica primum in ipsam multiplicationem; et quod inde prouenerit, diuide per secundam; et radix eius, quod de diui-

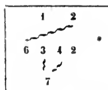
fol. 103 *verso*, col. 2.

uoca (*sic*)

sione exierit, erit tercius. Similiter ad inueniendum quartum, multiplica secundum ipsam multiplicationem; et quod inde prouenerit, diuide per primum; et radix eius quod de diuisione exierit, erit quartus. Verbi gratia: si predictorum numerorum tercium et quartum, scilicet tres et sex ignoraueris; sed eorum multiplicatio tibi sola proponitur, que est
fol. 104 *recto.* decem et octo; tunc multiplica primum, qui est duo, | in ipsam multiplicationem, et prouenient [36]; quos .36. diuide per secundum, qui est quattuor, et exibunt de diuisione nouem; cuius radix, scilicet ternarius, est tercius. Similiter ad inueniendum quartum, multiplica secundum, qui est quatuor, in ipsam multiplicationem, et prouenient [72]; quos diuide per primum, et exibunt .36.; cuius radix est senarius; et hic est quartus, ut subiecta figura declarat.

63	42
18	8

Si uero duo modi fiunt incogniti; sed eorum agregatio tibi sola proponitur, tu multiplica primum in quartum; et quod inde prouenerit, pone per se. Deinde diuide ipsam agregationem in tales duas partes, quarum altera multiplicata in alteram reddat multiplicationem primi in quartum; et ipse partes erunt medii incogniti. Verbi gratia: vt si quatuor et tres ignores; sed eorum agregatio tibi proponitur, scilicet septem multiplica primum, qui est duo in quartum, qui est sex, et efficies 12. Deinde propositam agregationem, que est septem. Diuide in tales partes, que in se multiplicate, efficiant .12.; et ipse erunt medii numeri incogniti: tres igitur et quatuor, ut subiecta figura declarat:



Gradus	minuta	secunda	tercia	quarta	quinta	sexta	VII.ª	octaua	nona
minuta	secunda	tercia	quarta	quinta	sexta	septima	octaua	nona	decima
Secunda	tercia	quarta	quinta	sexta	VII.ª	octaua	nona	decima	XI.ª
tertia	quarta	quinta	sexta	septima	octaua	nona	decima	unde cima	duode cima
quarta	quinta	sexta	septima	octaua	VIIII.ª	decima	XI.ª	XII.ª	XIII.ª
quinta	sexta	septima	octaua	nona	decima	unde cima	XII.ª	XIII.ª	XIIII.ª
sexta	septima	octaua	nona	decima	XI.ª	XII.ª	XIII.ª	XIIII.ª	XV.ª
septima	octaua	nona	decima	undecima	duode cima	tercia decima	quarta decima	quinta decima	sexta decima
octaua	nona	decima	undecima	duodecima	XIII.ª	XIIII.ª	XV.ª	XVI.ª	XVII.ª
nona	decima	undecima	duodecima	tertia decima	quarta decima	quinta decima	sexta decima	septima decima	octaua decima

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

fol. 104 *verso*, col. 1. Omnis numerus usque ad decem in se ductus tantum reddit, quantum primi duo circumpositi in se ducti; sed dempta unitate de multiplicatione medii. Vel aliter generalius: omnis numerus in se ductus tantum reddit, quantum duo extremi et extremi extremorum usque ad unitatem; sed adiectis differentiis in se ductis, quas habet medius ad extremos; tantum enim redit .5. in se ductus, quantum quater sex cum differentiis in se ductis, que sunt due unitates; et quantum ter septem cum differentiis in se ductis, que sunt duo binarii; et quantum bis .8. cum ductis in se differentiis, que sunt duo ternarii, et sic usque ad unum.

Omnis numerus tantum reddit in se ductus, quantum duo in se ducti, equa proportione ab illa distantes.

Omnis numerus in se ductus tantum efficit, quantum due partes eius, si utraque in se ducatur, et altera in alteram bis.

Omnis numerus ductus in alium tantum reddit, quantum ductus in omnes partes eius.

Cum aliquis numerus multiplicat alium, tantum prouenit, quantum si idem multiplicet limites, subtracto eo de summa; quod differentia multiplicati ad limitem ducta per multiplicationem efficit.

Omnis numerus per alium diuidendus, aut est ei equalis, aut maior, aut minor; si est equalis, tunc unicuique diuidentium singule unitates diuidendi proueniunt. Si uero maior, tunc quociens diuidens in diuidendo fuerit, tot integra unicuique diuidentium proueniunt. Si uero aliquid superfuerit, per fractiones diuidendum erit; ita ut quota, uel quote partes minor numerus est maioris, tota pars, uel partes unicuique diuidentium proueniunt.

Cum fractiones fractionibus agregas, si idem est numerus fractionum, et denominationis earum, tunc ex agregatione integer surgit, ut ex tribus terciis, uel quatuor quartis unum integrum redditur.

Si uero minor est numerus fractionum denominationis numero, tunc qua proportione se habet numerus fractionum ad numerum denominationis earum, eadem proportione habent se fractiones ille ad integrum, vt sex duodecime sic se habent ad integrum, ut senarius ad duodenarium. Sunt ergo | eius medietas. fol. 104 verso, col. 2.

Si uero maior fuerit, tunc quociens maior fuerit, tot integra fractiones agregate constituent, vt sex tercie duo integra restituant; quoniam numerus fractionis bis continet numerum denominationis. Si uero continet eum alioquociens, et insuper aliquam, uel aliquas eius partes, tunc quotiens eum continet, tot integra constituant fractiones agregate, et insuper totam, uel totas partes unius integri quota, uel quote partes est numerus ille, qui superest numeri denumerantis fractiones, ut est octo tercie; octonarius bis continet ternarium, et eius duas tercias. Si scire uolueris, quomodo pars partis cuiuslibet se habet ad integrum; numeros a quibus denominantur fractiones in se multiplica; et qualiter unitas se habuit ad summam illam, sic pars partis habebit se ad integrum, vt tertia pars unius quarte duodecima est unius integri. Nam ter quatuor duodecim fiunt.

Si scire uolueris, partes partis cujuslibet quomodo se habent ad integrum, numeros a quibus denominantur fractiones in se multiplica. Et qualiter numerus coaceruans habet se ad numerum iam productum, sic fractiones ille agregate ad integrum, ut due tercie partes unius quarte sexta pars sunt unius integri. Nam ter .4. 12. sunt, cuius sexta pars sit binarius.

Si uero a duobus diuersis numeris denominantur fractiones, tunc qua proportione maior numerus se habet ad minorem, taliter fractio denominata a minori habet se ad fractionem denominatam a maiore, vt tercia pars alicuius continet duas sextas eius. Nam senarius continet duos ternarios.

Si diuersorum numerorum, uel diuersarum quantitatum fractiones denominantur ab eodem numero, sic integra habent se ad inuicem, sic et fractiones, et e conuerso. Nam sicut duodenarius habet se ad nouenarium, sic tercia pars duodenarii ad terciam nouenarii et e conuerso.

Sin autem fractiones quotcumque a diuersis nominibus denominatas coaceruare uolueris, numeros a quibus denominantur fractiones, coacerua, et per summam inde prouenientem coacerua fractionem | denominatam a numero, qui surgit ex multiplicatione numerorum fractiones denominantium. Nam si scire uolueris tercia pars et quarta agregate quid efficiant, numeros a quibus denominantur fractiones, scilicet ternarium et quaternarium, agrega, et fiunt septem. Quo septenario coacerua fractiones denominatas a numero, qui surgit ex multiplicatione numerorum fractiones denominantium, scilicet duodecim. Nam ter quatuor .12. fiunt. Sunt igitur tercia et quarta pars alicuius septem duodecime partes, que coaceruate, quid constituant superius ostensum est. Vel ipsum per se multiplica, et multiplicationi inde prouenienti ipsum adde, et hoc totum in duo equa diuide, et illa medietas est tota summa illius et omnium infra se ipsum contentorum.

fol. 105 *recto*, col. 1.

Si ex numeris equa differentia se uincentibus sibi agregatis uis scire, quanta summa reddatur; si in pari numero coaceruandi fuerint, uide quot sint, et toto numero medium agregandorum multiplica, et tota est summa. Verbi gratia: sint tres .4. 5. agregandi. Ternario igitur quot ipsi sunt, medium eorum, id est .4., multiplica, et tanta erit summa, quam reddunt prepositi numeri agregati : vel sint tres .5. 7. 9. 11. agregandi. Quinario igitur tot enim sunt agregandi, medium eorum, scilicet septem, multiplica, et tanta erit summa prepositorum agregatorum : vel fiunt .2. 5. 8. agregandi ternario; igitur medium eorum, scilicet .5., multiplica, et tanta erit summa illorum. Sin autem pari nu-

mero sunt agregandi sub eadem proportionalitate, unum maiorem prioribus adiunge. Deinde uide quot sint, et toto numero medium eorum multiplica; et ablato illo, quem illis agregandis adiuncxeras, summa agregatorum efficitur: vt sint .2. 4. 6. 8. agregandi proportionalitatis illius proximum, id est .x. adiunge. Quinario itaque quia tot sunt agregandi, medium eorum, scilicet senarium, multiplica, eruntque .30.: huic itaque summe denarium, quem adiunxeras, aufer .2. 20. Qui remanent summa sunt agregatorum.

Si impar quilibet cum | omnibus imparibus sibi suppositis, et unitate agregatur summa, que excrescit, numerus quadratus erit. fol. 105 *recto*, col. 2.

Si duorum numerorum quadrata pariter accepta fuerint, numerus quadratus necesse est quorumlibet numerorum duorum eadem proportionalitate ad se relatiuorum, quadrata pariter accepta numerum quadratum esse.

2 5

39 164

636 648

1

1 00

Si ad quantitatem aliquam quantitates quotlibet proportionentur diuersis, sed notis proportionibus, que pariter accepte summam notam faciunt, eadem prima quantitas quanta sit inuenire. Verbi gratia: sit *a*. quantitas; sit que etiam ut *.b*. et *.c*. et *.d*. proportionibus notis ad ipsum *.a*. proportionentur; sit quoque ut *.b*. et *.c*. et *.a*. pariter accepte quantitatem componant .8., que .8. quanta sit notum sit. Proponitur itaque, ut etiam quanta *.a*. fuerit inueniatur; ut si proponatur Socrates bis tot numeros habere quot Plato, et insuper eorum quos Plato habet, duas tercias partes totumque quod Socrates habet simul acceptum quindecim numeros esse. Proponitur itaque, ut quantum Plato habeat, inueniatur. Sumo itaque numerum, ad quem duo numeri predictis proportionibus proportionantur: hiis autem ternarius est. Senarius enim bis ipso maior est, et binarius eiusdem due tertie partes. Hos itaque duos numeros senarium et binarium coniungo, et fiunt .8. : considerato igitur qua

proportione .15. ad .8. se habeat, eamdem proportionem Platonem ad tres numeros se habere pronuntio. Quindecim enim continet totum octo, et eius septem octauas. Similiter quinque numerum, et obolus, et quarta pars oboli tres numeros, et eorum septem octauas continent. Dico itaque, Platonem .5. nummos, et obolum, et quartam partem oboli habere. Bis enim tantum, et eiusdem tercie due partes .15. nummi sunt. Si enim quinque nummos, et obolum, et quartam partem oboli bis sumpseris, XI nummi, et quarta pars unius nummi erunt: eorumdem etiam quinque nummorum, et oboli, et quarte partis obuli, si duas tercias sumpseris, tres nummos, et tres quartas unius facient. Quod sic accipe: nouem obolorum duas tercias partes accipe, id est VI obulos, et sint tres nummi. Reliquus uero nummus, et quarta pars oboli nouem octaue partes unius sunt nummi. Quoniam due | tercie partes, id est sex octaue nummi, tres quarte partes unius nummi sunt; quas si cum prioribus undecim nummis, et quarta parte nummi, et tribus nummis iunxeris, .15. nummi sunt; uel aliter facilius. Multiplica numerum denominationis partium, scilicet tres in .15., et proueniunt .45. Deinde eumdem ternarium multiplica in duas tercias, et proueniunt octo. Nam tres in duo fiunt .6.; et additis duabus terciis, fiunt .8. Postea diuide primum productum, scilicet .45., per ultimum productum, scilicet octo, et exeunt .5., et quinque octaue, hoc modo :

fol. 105 *verso*, col. 1.

15
-45
3
2 -8
3 5

5
8

Cum queritur, quot minora sint in aliquot maioribus per numerum minorum, qui sunt in uno maiorum, maiora multiplices; et numerus qui excrescet, quot minora sint, in tot maioribus ostendet. Si uero quot maiora in aliquot minoribus queritur, per numerum minorum, qui sunt in uno maiorum, minora diuides; et numerus qui de diuisione exibit, quot maiora sint, in tot minoribus ostendet. Si uero quot maiora in aliquot minoribus queritur, per numerum numerorum, qui sunt in uno maiorum, minora diuides, et numerus qui de diuisione exibit, quot maiora sint, in tot minoribus ostendet. Verbi gratia: solidus minus est quam libra. Ergo si queritur, quot solidi sunt in .c. libris, quere quot minora sint in maiori aliquo: per numerum itaque minorum, id est solidorum, qui sunt in uno maiorum, id est in libra una, id est per .xx.; uiginti enim solidi faciunt libram unam; numerum maiorum, id est librarum, uidelicet centenarium multiplices, et sunt 2000. Scito igitur, quia tot solidi, uidelicet 2000, sunt in .c. libris. Rursus fit questio, quot libre sint in .34. milibus nummorum. Queritur ergo, quot maiora sint in aliquot minoribus; eo quod nummi minus sunt quam libre: per numerum itaque minorum, id est nummorum, qui sunt in uno maiorum, id est in libra una, scilicet per .cc.xl.; tot enim denarii sunt in una libra numerorum minorum, id est denariorum, uidelicet .34000. diuides, et | exibunt inde .100. Scito ergo, quia tot libre, id est centum sunt in .34000. nummorum. fol. 105 *verso*, col. 2.

Cognita summa quotarumlibet partium alicuius tocius, totum ipsum inuenire. Primo numeros, partes propositas denominantes, agrega. Deinde alterum per alterum multiplica, et sic habebis quatuor proposita, summam scilicet parcium propositarum, summam numerorum partes denominantium, et agregatum ex eisdem quantum est totum quod ignoratur. Nam que proportio est tocius ad summam partium propo-

sitarum, eadem est producti ex numeris partes denominantibus ad totum agregatum ex eisdem. Multiplicetur ergo summa parcium propositarum per productum ex numeris eas denominantibus; et productus in .30127. diuidatur per agregatum ex easdem denominantibus, et exibit totum quod ignoratur: per precedentem regulam quatuor numerorum eorum proportionalium, si primus fuerit incognitus, multiplica secundum in tercium, et diuide per quartum, exibit primus: Verbi gratia : Sint tercia, et quarta pecunie mee .20. nummi. Proponitur ergo inuenire quota sit summa peccunie. Agregatis ergo denominantibus, scilicet ternario et quaternario, fiunt
34 septem. Eorumdem alterum per alterum multiplica, et pro-
2 ductus erit .12.: habes ergo 4 proposita. Multiplica ergo se-
7 cundum per tertium; primo, id est .20., per .12., et producentur 240 hoc modo: diuide per septem, et exeunt .34., et due septime; qui numerus in eius generis rebus constituendus est; nummis scilicet , uel solidis , uel libris in quo partes proposite fuerunt; et hec est summa quesita: hic minus continet totum .20., et insuper eius .5. septimas, sicut duodecim septem.

Ex tribus numeris proportionalibus, si primus ducatur in tercium, exibit quadratus medii.

Pluribus hominibus diuersas summas peccunie ad lucrandum simul conferentibus, si ex lucro quod ex tota collectione prouenerit , uis scire quanta sors unumquemque eorum iure contingit , portiones quas apposuerunt agrega ,
fol. 106 *recto*, col. 1. et portionem cuius uolueris in | summam lucri multiplica. Deinde quod ex multiplicatione fit per agregatum diuide ; et quod ex diuisione exierit, hoc illius, cujus sortem multiplicasti, pars erit; uel e conuerso diuide sortem per agregatum, et quod exierit in summam lucri multiplica; et quod inde prouenerit , hoc ipsius sors erit. Similiter de ceteris singilatim facies : Verbi gratia : tres mercatores peccuniam

ad lucrandum contulerunt, unus sex solidos, alius .8., alius .12.; qui omnes fiunt .26. Ex his lucrati sunt .60. Si uis ergo scire, quantum de lucro contingat quemque, secundum quantitatem collate peccunie partes omnium simul agrega, et fiunt .26. Deinde multiplica per se unamquamque partem, quam quisque contulit, in summam lucri. Deinde diuide id quod ex multiplicatione prouenit in summa collati capitalis, scilicet .26.; et quod de diuisione exierit, hoc est quod debetur illi, cuius sortem multiplicasti: sic facies: de unoquoque per se. Sunt ergo hic quatuor numeri, scilicet sors cuiuslibet .726.; tercius est incognitus, quartus .60., qui sunt proportionales per suprapositam regulam. Multiplica igitur primum in quartum, id est partem cuiuslibet, in .60., et productum diuide per secundum, scilicet .26., et exibit tercius, scilicet sors, que contingit eum, cuius partem posuisti primum terminum.

.6	
.8	36060
.12	

Si uis scire de aliqua certa summa multis hominibus debita quantum proueniat aliquibus illorum numerorum ipsorum aliquorum, de quibus uis scire, in ipsam summam multiplica, et quod ex multiplicatione prouenerit, totum numerum multorum diuide; et quod prouenerit, hoc est quod debetur illis. Verbi gratia: uiginti quatuor nummi debentur octo hominibus; et uis scire quantum proueniat tribus illorum; multiplica ergo ipsos tres in .24., et quod ex multiplicatione prouenerit, diuide per .8.; et uidebis quod proueniet illis. Et secundum hanc regulam similiter probabis, quantum proueniat aliis | quinque. Ipsos scilicet quinque multiplicando per .24., et quod ex eorum multiplicatione prouenerit diuidendo per octo. Sunt igitur hic tres termini .8. 24. 3., quartus ignoratur, scilicet quantum debetur tribus: per precedentem ergo regulam multiplica secundum in tercium, et productum inde diuide per primum, scilicet .8., et exibit quartus in-

fol. 106 recto, col. 2

cognitus, scilicet precium trium: sicut enim octo habet se ad tres, sic .24. ad precium trium; continet ergo illud bis, et insuper ejus duas tercias partes .8. 24. 30.

mucabala Exceptiones de libro, qui dicitur gleba mutabilia, fit hec quedam trimembris diuisio peropposita. Quia queritur aut queres, cum tociens radice sua efficiat numerum; aut queres cum tali numero efficiat tociens radicem, aut que tocius radix cum tali numero efficiat rem.

Queritur ergo que res cum .x. radicibus suis idem decies accepta radice sua efficiat 39.

Ad hoc inueniendum, medietatem radicum prenominatarum multiplica in se; et quod inde prouenerit, adde priori numero; et eius quod inde excernerit (*sic*) accipe radicem; et de ipsa radice minue medietatem radicum prenominatarum; et quod inde remanserit, est radix rei: quam si in se multiplicaueris, res prouenit quam queris. Verbi gratia: quoniam superius decem radices fuerant proposite, medietatem earum, que est .5., si in se multiplicaueris, .25. efficis. Quos adde predicto numero, qui est .39., et efficies .64., cujus radix est octo. De qua radice, scilicet .8., si minueris medietatem radicum, que est quinque, remanent tres, que sunt radix rei, scilicet nouenarii; qui cum .x. radicibus suis, id est .x. ternariis, efficis .39. Ergo nouenarius est rei, que queritur.

Item que est res, que cum nouem sibi additis efficit sex radices sui. Ad hoc inueniendum, medietatem medietatem (*sic*) radicum multiplica in se; et ex eo quod inde prouenerit, numerum predictum diminue; et eius que remanserit, radicem de medietate radicum minue; et quod remanserit erit radix rei fol. 106 *verso*, col. 1. quam| queris. Verbi gratia: sex radices fuerunt proposite, quarum medietatem, que est tres, in se multiplica, et efficies .9.; de quibus .9. predictum numerum, scilicet .9. minue, et remanet nichil. Et huius quod remanet, scilicet nichil, radicem, que similiter est nichil, de medietate radicum, que est tres,

minue; et quia de tribus nichil minuisti remanent tres, qui sunt radix rei, quam queris, scilicet nouenarii; qui cum nouem sibi additis fit .18., qui sunt sex radices nouenarii, et .11. sexies tres; qui ternarius est radix nouenarii.

Item qui sunt tres radices, que cum .4. sibi additis efficiunt rem suam : ad hoc inueniendum multiplica medietatem radicum in se; et quod inde prouenerit, adde predicto numero; et radicem eius quod inde excreuerit, adde medietatem radicum; et quod inde excreuerit, est radix rei, quam queris. Verbi gratia: tres radices fuerint preposite, quarum medietas est unum, et dimidium; que multiplicata in se, efficiunt duo, et quartam; que adde priori numero, qui est .4., et efficies sex, et quartam. Cuius radix est duo, et dimidium ; quam radicem adde medietati radicum , que est unum et dimidium, et fient .4., qui sunt radix rei, quam queris, scilicet sedecim; quos sedecim efficiunt tres radices sui , id est tres quaternarii , uel ter quatuor cum additis sibi .4.

Quamcumque datam quantitatem, secundum quascumque datas proportiones, si diuidere uolueris; uel numerum in diuisum admodum diuisi diuidere, primo proportiones partium propositarum in terminis sunt ordinande. Deinde termini agregandi. Agregatum uero primo ponendum. Numerus uero proportionis cum proportionalis ei quod queritur, secundo ponendus. Datam uero quantitatem tercio ponendum. Ciffre uero quartum ponendum. Multiplicatur igitur data quantitas per numerum proportionis. Et productum inde diuidatur per agregatum ex ipsis terminis, et exibit quod queritur per regulam quartum proportionalium. Si quartus ignoratur, multiplicetur tercius in secundum; et productum diuidatur per primum, et exibit quartus. Quod si per unum inuentum cetera | habere uolueris, multiplicia habebis, multiplicando ipsum fol. 106 *verso*, col. 2.
per numerum denominationem (*sic*) proportiones. Sub mul-

tiplicia uero habebis, diuidendo ipsum per numerum denominantem proportiones. Multiplicia autem dicantur que aliquociens continent aliquem numerum. Sub multiplicia dicantur que aliquotiens continentur. Si uero aliquis numerus post diuisionem remanserit, ille numerus erit fractionum quantitatis in diuisione denominatarum. Verbi gratia : proponitur nobis diuidere .40. solidos .4. hominibus, ita quod secundus habeat quadruplum ei quod habet primus; tertius uero quintuplum secundo. Quartus triplum tercio. Multiplicentur ergo quattuor per unum, et exeunt .4. Sed sit primus terminus unum, secundus uero quatuor. Item multiplicantur .4. per .5., et fiunt .20. : erunt ergo .20. tercius terminus. Item multiplicantur .20. per .3., et fiunt .60. Erunt autem .60. quartus terminus. Agregatis autem terminis fiunt .85. : ponatur ergo primum .85. Si uis autem scire, quod accidat secundo, pone secunde terminum secundum. Similiter si uis scire, quod accidat tercio, pone tercium terminum secundum. Similiter de singulis. Pone ergo secundum terminum, scilicet .4., secundum datam uero quantitatem pone tercio. Ziffre uero quarto multiplicetur data quantitas, scilicet .40. per .4., et fiunt .160.: diuidatur autem .160. per .85., et exeunt unum, et .5. octuagesime quinte. Qui numerus in eius generis rebus constituendus est nummis, uel solidis, uel libris, in quo data quantitas proposita fuit, et hoc est quesitum.

a diuidente

	primus .1.	
.85.	Secundus .4.	quadruplus .400.
	Tercius .20.	quincuplus
	quartus .60.	triplus.

Si uis autem scire per hoc quod accidat primo, numerum inuentum, id est unum integrum, scilicet 12 denarios, qui sunt unus solidus. Diuide per .4., et exeunt .3. denarii. Item numerum numerantem fractiones, scilicet .75., per eumdem .4. diuide, et exeunt .18. 8.me 5.te, et tres quarte unius octogesime quinte; et hec est pars primi, scilicet | .3. denarii, et .18. octo-

fol. 107 *recto*, col. 1.

gesime quinte, et tres quarte unius octogesime 5.ᵉ Item si per numerum prius inuentum cetera habere uolueris, scilicet multiplicia eius, ipsum numerum inuentum, scilicet .1. 775. octogesimas quintas, multiplica per numerum denominantem terciam proportionem. Verbi gratia: per .5. et fiunt .5. solidi, et .35. octogesime quinte; et hec est portio tercii, et ita de singulis multiplicibus. Si uero sub multiplicia eius habere uolueris, ipsum numerum prius inuentum per numerum denominantem proportionem diuide.

In probando adde integra integris; si quascumque proportiones datas ad quemcumque terminum minorem continuare uolueris, primam datarum per terminum minorem multiplica, et productum per sequentem multiplica; et ita procede, multiplicando productum sequentis per sequentem; et productum ex penultimo sequenti multiplicatum per ultimum sequentem erit primum continuandorum: hoc facto, secundum datarum per eundem terminum minorem multiplica, et productum per sequentem multiplica; et ad modum predictum procede, multiplicando; et productum ex penultimo sequenti per ultimum sequens multiplicatum erit secundum continuandum. Item terciam datarum per eundem terminum minorem multiplica, et productum per sequentem multiplica; et ad modum procede predictum multiplicando; et productum ex penultimo sequenti per ultimum sequens multiplicatum erit tercium continuandorum; et ita de singulis. Verbi gratia: Sint date proportiones .4. 3. 2. 1.; et sit minor terminus .6. Multiplicetur .4. per sex, et erit productum .24.: hoc autem multiplica per tres, et productum erit .64.; quod multiplicetur per .2., et fient .124.; et hoc si multiplicetur per .1., exibit unum; idem hic ergo, scilicet .124 . . . . (1),

(1) La lacuna indicata con quattro punti nella linea 30 della presente pagina, trovasi anche nel sopraccitato Codice *Ancien Fonds Latin*, n.° 7359 della Biblioteca Imperiale di Parigi (fol. 107 *recto*, col. 1, lin. 35).

erit primum continuandorum. Item multiplicetur .3. per .6., et erit productum .18.: hoc autem multiplica per duo, et fit
fol. 107 recto, col. 2. .36. secundum continuandum. Item mul|tiplica duo per .6., et fit .12. Erit ergo .12. tercium continuandorum. Item multiplica .1. per .6., et fit .6.: erit ergo quartum continuandorum.

Si radicem cuiuslibet propositi quadrati inuenire uolueris, propositum quadratum per quemlibet alium quadratum multiplica; et producti radicem extrahe, et radicem per radicem quadrati, per quem multiplicasti, quadratum propositum diuide; quod exibit, erit radix quesita. Verbi gratia: si radicem duorum, et quarte inuenire uolueris, multiplica illud in alium quadratum, qui scilicet sit .4., et proueniunt .9.: duo enim in quatuor fiunt .8.; et quarta in quatuor fit unum; vnde fiunt .9.: horum autem .9. radix sunt .3.; quos diuide per radicem quaternarii, que est duo, exibit unum et dimidium hoc modo | 1 / 1 / 2 |.

Si radicem propinquioris quadrati inuenire uolueris, et numerum propositum per quemlibet quadratum multiplica, et predicto modo operare.

Si articulum in articulum, uel digitum in digitum, uel compositum in compositum multiplicare uolueris, figuram per figuram multiplica. Deinde numeros denominantes differentias agrega; ab agregato unum subtrahe, et principium sequentis differentie ab eo quod remanet denominate tociens excrescit, quot unitates excreuerint ex multiplicatione figurarum; et quot excreuerint denarii, tociens principium sequentis differentie excrescit. Cum multiplicaueris unum numerum in alium, uide quilibet eorum quota pars sit alicuius articuli siue limitis, et accipe tantam partem de altero eorum, quam multiplica in illum articulum uel limitem, et productum inde est id quod ex ductu unius in alterum prouenit. Verbi gratia: si multiplicaueris .32. in .25., quota pars est .25. de centum li-

mite, scilicet quarta, tantam accipe de .32., scilicet quartam, que est octo; quos octo multiplica in centum, et productum inde est id quod ex ductu .32.orum in .25. prouenit: probatio. Sic enim habet se .8. ad .32., sic .25. ad centum. Tantum ergo fit ex ductu duorum mediorum in se, quantum ex ductu duorum | extremorum per predictam regulam .4. numerorum proportionalium, et sic in omnibus .8. 32. 25. 100. Similiter etiam de articulo. Verbi gratia: .25. medietas est de quinquaginta. Sed medietas de .32. sunt .16., quos multiplica in quinquaginta, idem prouenit quod ex ductu .32. in .25. fol. 107 *verso*, col. 1.

Duorum numerorum compositorum ex diuersis, uel eisdem digitis. Sed eodem articulo, uel limite cum multiplicaueris unum in alium, ut sedecim in .18., et huiusmodi, multiplica digitum in digitum, et articulum in articulum, et productos inde agrega. Deinde digitum digito agrega, et agregatum in articulum, uel limitem multiplica; et productum inde priori agregationi adde; et illud totum agregatum est summa, que unius compositi in alium multiplitio efficit. Verbi gratia: proponantur multiplicandi sedecim in .18. Multiplicetur ergo digitus in digitum, id est sex in .8., et fiunt .48. Deinde articulum in articulum, id est decem in decem, et fiunt .100.; quos duos productos simul agrega, et fiunt centum .48. Deinde digitum digito agrega, et fiunt .14.; quos in articulum, scilicet decem multiplica, et fiunt 140; quos agrega priori agregationi, que fiunt 148, et fiunt 288; et hec est summa, que ex ductu .16. in .18. prouenit.

Cum uolueris multiplicare radices aliquorum numerorum, ipsos numeros in se multiplica, et producti radix est productus ex ductu unius radicis in aliam. Verbi gratia: Si uolueris multiplicare radices denarii et quadraginta, multiplica .10. in .40., et proueniunt .400: horum autem .400.rum radix est .20.; qui .20. sunt numerus productus ex multiplicatione radicis denarii in radicem .40. Per regulam trium numerorum pro-

portionaliter se habentium. Qui cum sicut se habet primus ad secundum, sic secundus ad tertium; tunc quantum fit ex
fol. 107 *verso*, col. 2. ductu medii in se, tantum ex ductu extremorum | hoc modo .10. 20. 40.

Si uis scire quantum uixerit qui uiuens tantum quantum uixit, et iterum tantum, et dimidium tanti, et dimidium dimidi, .c. annos complet. Agrega que proponuntur, et per agregatum diuide summam, que completur; et quod exierit, hoc est quod uixit. Verbi gratia: cum proponitur tantum quantum uixit, et iterum tantum, et dimidium tanti, et dimidium dimidii similiter, agregata quatuor minus quarta fiunt que sunt .15. quarte; per quas .15. quartas, si diuidis centum conuersum prius in quartas, exeunt .26., et due tercie; que quater simul accepta, centum complent; et hoc est quod uixit, uel aliter.

Quoniam omnis numerus uel est digitus, uel articulus, uel limes, uel compositus; ideo quociens multiplicatur numerus in numerum, aut multiplicatur digitus in digitum, uel in articulum, uel limitem, uel compositum, uel e conuerso; aut compositus in compositum, uel in articulum, uel limitem, uel digitum, uel e conuerso.

Cum autem articulum in articulum multiplicare uolueris, figuram per figuram multiplica. Deinde quarum differentiarum sint ipsi articuli considera, et numeros, a quibus denominantur eorum differentie, agrega; ab agregato autem unum subtrahe. Et in differentia denominata a numero remanenti productum ex multiplicatione figurarum. Si fuerit tantum digitus pone. Si autem articulus tantum in sequenti eam. Si uero digitus, et articulus digitus in differentia denominata a numero remanenti, articulus uero ponatur in differentia sequenti. Et quod ibi significauerit, est summa, que ex ductu unius articuli in alium prouenit. Verbi gratia : si multiplicare uolueris .20. per .70., figuras quibus representantur, sci-

licet .2. et .7., in se multiplica, et fiunt .14. Sed quia secunde est uterque que est decenorum; ideo numeros denominantes differentiam utriusque, scilicet duo, | et duo secunda enim a duobus denominatur agrega, et fiunt quatuor; a quibus quatuor, subtracto uno, remanent tres; a quibus denominatur tertia differentia, que est centenorum; et quia ex ductu figurarum in se prouenerit .14. , qui est digitus et articulus , ideo digitum, scilicet 4, in eadem differentia, scilicet tertia pone, et articulum, scilicet decem in sequenti, que est quarta, et habebis 1400. Et hec est summa, que ex ductu unius articuli in alium prouenit, scilicet .20. per .70. Similiter etiam faciendum est, si digitus in articulum, uel limitem compositum, multiplicetur et e conuerso. Cum autem compositum in compositum multiplicare uolueris, predictam regulam obseruabis. Hoc adiecto, ut unusquisque superiorum multiplicetur in unumquemque inferiorum. Videlicet digitus in digitum , et articulum , et articulo in digitum , et articulum quotquot fuerint singuli superiorum in omnes inferiores. Verbi gratia : .23. in .64. cum multiplicare uolueris, digitum superiorem, scilicet tres in digitum inferiorem, scilicet 4, multiplica, et fiunt .12.: per priorem ergo regulam digitus erit prima differentia, articulus in secunda. Deinde eumdem digitum, scilicet .3., multiplica in figuram inferioris articuli, qui est sex, et fiunt .18. Agregans autem numerus denominantibus differentias, scilicet uno, et duobus articulis enim est secunde differentie, et digitus prime fiunt tres; de quibus subtracto uno, remanent duo; a quibus denominatur secunda differentia. Pone ergo in secunda digitum, scilicet 8, et in sequenti, scilicet tertia, .1.: deinde figuram articuli superioris, que est .2., multiplicabis in inferiorem digitum, qui est .4., et fiunt .8.: agregatis ergo numeris denominantibus differentias, scilicet uno et duobus, fiunt tres. A quibus subtracto uno, remanent duo; a quibus denominatur secunda. Ideo di-

fol. 108 *recto*, col. 1.



gitus, scilicet .8., ponatur in secunda. Postea figuram suprapositi articuli multiplicabis in figuram subpositi, scilicet
fol. 108 *recto*, col. 2. .6., et fiunt .12. | Et quoniam uterque est secunde differentie; ideo agregatis numeris denominantibus differentias, scilicet duobus et duobus, fiunt .4.; a quibus subtracto uno, remanent tres; a quibus denominatur tercia differentia. Pone ergo digitum in tercia, scilicet duo, et articulum in sequenti, scilicet quarta, et fiunt hoc modo. Que sic posita agrega, et fiunt 1472; et hec est summa, que prouenit ex multiplicatione .23. in .64.

In hac eadem regula docetur, qualiter etiam compositas in articulum, uel limitem, uel digitum multiplicetur.

		1	2
	1	8	
1	2	8	

Cum multiplicaueris digitum in digitum, aut prouenit tantum digitus, aut tantum denarius, aut digitus cum denario semel, uel aliquociens, aut denarius multociens.

Cum multiplicaueris digitum aliquem in aliquem articulorum, qui sunt usque ad centum, multiplica figuram in figuram; et quot unitates fuerint in digito qui prouenerit, tot denarii erunt. Quot autem denarii fuerint in articulo qui prouenerit, tot centenarii erunt. Verbi gratia : cum multiplicare uolueris septem in septem, multiplica figuram in figuram, et proueniunt .49. Nouem autem unitates sunt in digito. Tot ergo denarii erunt, qui sunt .90. Quater autem denarius est in articulo, tot ergo centenarii erunt, qui sunt quadringenti.

Ergo 490 est summa, que ex ductu illorum in se prouenit; similiter fit in omnibus aliis.

Cum multiplicaueris digitum in aliquem centenorum, qui sunt usque ad mille, multiplica figuram in figuram; et quot unitates fuerint in digito si prouenerit, tot centenarii erunt.

Quot autem denarii in articulo non prouenerint, tot millenarii erunt. Verbi gratia: si multiplicaueris .3. in .100., multiplica figuram in figuram, et fiunt .27.: septem sunt unitates in digito, et duodenerii (*sic*) in articulo. Ergo .2700. est summa, que ex ductu illorum in se prouenit. Similiter fit in omnibus aliis.

Cum multiplicaueris unum articulorum in alium de hiis, qui sunt usque ad centum, multiplica | figuram in figuram; fol. 108 *verso*, col. 1. et quot unitates fuerint in digito, qui prouenerit, tot erunt centenarii. Quot autem denarii in articulo, tot erunt millenarii. Verbi gratia : si multiplicaueris .30. in .70., multiplica figuram in figuram, et fiunt .21. Duodenarii sunt in articulo, et unitas semel in digito. Ex ductu igitur priorum proueniunt duo milia et centum; similiter in omnibus aliis.

Cum multiplicaueris aliquem articulorum, qui sunt usque ad centum, in aliquem centenorum, qui sunt usque ad mille, figuram in figuram multiplica ; et quot unitates fuerint in digito, tot erunt millenarii. Quot autem denarii in articulo , tociens decem millia . Verbi gratia : si multiplicaueris .30. in .500., multiplica figuram in figuram, et proueniunt .15.; et quia quinque sunt unitates in digito, erunt quinque millia. Denarius autem est semel in articulo. Ex ductu igitur priorum proueniunt quindecim millia hoc modo .15000. ; similiter fit in omnibus.

Cum multiplicaueris aliquem centenorum, qui sunt usque ad mille, in alium ex his, multiplica figuram in figuram; et quot unitates fuerint in digito, qui pronenit, tocies erunt decem millia. Quot autem denarii in articulo, totiens erunt centum milia. Verbi gratia : cum multiplicaueris .300. in .500., multiplica figuram in figuram, et proueniunt .15.: quinque autem unitates sunt in digito, et denarius semel in articulo. Ex ductu igitur suprapositorum proueniunt .150000., que sunt centum quinquaginta millia.

Cum multiplicaueris aliquem digitorum in aliquem articulum millenorum, vt decies, uel uigies millia et hujusmodi; aut iteratorum millium, ut decies millies millium, et quantum iterare mille uolueris, multiplica figuram in figuram; et digitum si prouenerit. Pone in differentia multiplicantis, et articulum in sequenti. Verbi gratia : sex si multiplicaueris in triginta millia, multiplica figuram in figuram, et proueniunt .18. Digitus ergo, qui est octo, ponatur in eadem differentia multiplicantis, qui est | tres; et articulus, qui est unus, in sequenti, hoc modo .180000., et proueniunt centum octoginta millia.

fol. 108 verso, col. 2.

Cum multiplicaueris aliquem articulorum in aliquem sepe repetitorum millium, ut decies, uel uigies millies millies millium; et quotiens mille iterare uolueris, multiplica figuram in figuram; et digitum, si prouenerit, pone in differentia secunda a multiplicante; articulum uero in tercia ab ipso. Verbi gratia : Cum multiplicaueris .30. in quater millies .M. M. millium; et quotiens iterare uolueris figuram, que est .3., multiplica in figuram, que est .4., et proueniunt .12.; digitum ergo, qui est duo, pone in differentia secunda post .3., et articulum in tertia post .3. hoc modo .4000000000000, qui sunt centies uigies millies .M. M. millium quater 120000000000000.

Cum multiplicaueris aliquem centenorum in aliquem millenorum sepe iteratorum, multiplica figuram in figuram; et digitum, si prouenerit, pone in differentia tercia a multiplicante; articulum uero in quarta ab eo. Verbi gratia. Cum multiplicaueris ducenta in quinquies millies .M. M. M. quater, multiplica duo in quinque; et quoniam articulus prouenit, ponatur in quarta differentia a quinque hoc modo.1005000000000000. Cum autem uolueris scire, de qua differentia sint digiti, uel articuli, uel centum sepe iteratorum millium in tres multiplica; uide quotiens iteratur mille; et numerum quo iterantur, et productum inde retine.

Si autem uoluisti scire de differentia digitorum iteratorum millium, ut bis, uel ter, uel quater usque ad nouies mille ✱ millium, quociens repetere uolueris mille; de qua differentia sint, semper adde unum primó producto retento. Et a numero, qui inde excrescit, denominatur differentia, de qua sunt digiti repetitorum millium: verbi gratia: si uolueris scire de qua differentia sunt ter millies .M. M. millium numerum, quo iteratur mille, sicut est hic quatuor, | multiplica fol. 109 recto, col. 1. in tres, et fiunt .12; quibus adde unum, et fiunt .13. Tredecima ergo est differentia predictorum. Si autem uoluisti scire, de qua differentia sint articuli sepe iteratorum millium, ut decies, uel uigies millies millium; et quotiens mille repetere uolueris, priori producto retento semper adde duo; et a numero, qui inde excrescit, denominatur differentia, de qua sunt articuli sepe iteratorum millium. Verbi gratia: si uolueris scire, de qua differentia sunt suprapositi articuli sepe iteratorum millium, ut quinquies millies .M. M. mille quater numerum quo iteratur mille, sic ut hic est quatuor, multiplica in tres, et fiunt .12.; quibus adde duo, et fiunt .14.; de quarta decima ergo differentia sunt articuli suprapositorum millium iteratorum. Si autem uoluisti scire, de qua differentia sint centeni millium iteratorum, priori producto semper adde tres. Et a numero, qui inde excrescit, denominatur differentia centenorum iteratorum millium. Verbi gratia: si uolueris scire, de qua differentia sint cencies, uel ducenciēs, et hujusmodi millies mille, et quotiens iterare uolueris mille numerum, quo hic iteratur mille, scilicet duo multiplica in .3., et fiunt .6.; quibus adde .3., et fiunt nouem. Nona est ergo differentia, de qua sunt predicti centeni iteratorum millium.

Cum uolueris multiplicare quodlibet millies, uel decies, uel centies millies millium sepe iteratorum in alium quodlibet ex illis, reiecta iteratione de milies a multiplicato et multiplicante ea, que de utroque remanent, multiplica

inter se, et productum inde retine. Deinde agrega numeros iterationis utriusque, et summam inde excrescentem pone sub prius producto; et quod inde fit est numerus, qui ex ductu unius in alterum prouenit. Verbi gratia : cum uolueris multiplicare digitos millenorum inter se, ut ter millies mille, in
fol. 109 *recto* col. 2. septies millies .M. M. mille, pretermissis | numeris iterationis utriusque, scilicet duo, et quatuor in multiplicato; et enim bis numeratur mille; et in multiplicante quater, remanent tantum figure utriusque, scilicet .3. et septem. Quarum altera multiplicata in alteram, fiunt .21. Deinde agrega ipsos numeros iterationis utriusque , scilicet duo et quatuor , et fiunt sex; quos pone sub producto prius, scilicet .21., hoc modo

21
6

; et dices: quia .20., et una uicibus millies .M. M. M. M. mille sexies proueniunt ex ductu unius predictorum in alterum. Per suprapositam igitur regulam, si numerum iterationis multiplicaueris in tres, fient .18.; quibus addito uno, fiunt .19. Digitus ergo suprapositus, qui est unius, erit in nona decima differentia, et articulo .20. in uicesima.

Cum autem centenos iteratorum milium inter se multiplicare uolueris, ut quinquaginta millies millia, in trescenta milies .M. M. millium quater, reiecto numero iterationis utriusque, est duo, et quatuor in multiplicato; et enim bis iterabatur mille; et in multiplicante quater remanent de multiplicato .50.; et de multiplicante .300.; que in se ducta fiunt centum quinquaginta millia, quos retine. Deinde agrega numeros iterationis utriusque, scilicet duo et quatuor, et fiunt sex; quos pone sub prioribus, et significabitur summa, que ex ductu unius suprapositorum in alterum fit, scilicet centies quinquagies millies .M. M. M. M. M. M. septies hoc modo 15. Per priorem ergo regulam quinquaginta millia erunt in uicesima tercia .7^m^ differentia, et centum in uicesima quarta. Similiter etiam fit, cum multiplicaueris digitos iteratorum millium

in decenos iteratorum milium, et centenos, et e conuerso. Similiter etiam fit, cum multiplicaueris decenos iteratorum millium inter se, uel in centenos. Cum autem habueris aliquam differentiam, et uolueris scire quis numerus est illa, numerum a quo denominatur differentia, diuide per 3. Si autem de diuisione nichil remanserit, illa differentia centenorum millium tociens, uel tociens iteratorum erit.

Si autem uolueris scire numerum iterationis, id est quotiens iteratur ab eo, quod de diuisione exit, extrahe unum; | et quod remanserit, numerus iterationis erit illorum centenorum milium, qui illius differentie sunt. Verbi gratia : si habueris duodecimam differentiam, et uolueris scire quis numerus est illa, diuide duodecim, a quo denominatur differentia, per tres, et exibunt .4.; a quibus extracto uno, remanet .3.; et quoniam de diuisione nichil remansit, duodecima differentia centenorum milies milies .M. ter iteratorum erit. fol. 109 verso, col. 1.

Si autem de diuisione remanserit duo, illa differentia erit decenorum milium tociens iteratorum, quotus fuerit numerus qui de diuisione exit. Verbi gratia: cum habueris undecimam differentiam, et uolueris scire quis numerus est illa, diuide undecim partes, et exibunt 3 integri, et remanebunt duo. Vndecima ergo differentia est decenorum millium ter iteratorum. Si autem de diuisione remanserit unum, illa differentia erit digitorum milium tociens iteratorum, quotus est numerus qui de diuisione exit. Verbi gratia : si habueris decimam differentiam , et uolueris scire quis numerus est in illa, diuide decem per tres, ex exibunt de diuisione 3, remanente uno. Decima ergo differentia est milium ter iteratorum.

Numerum, quem quis occultum in corde suo tenet, ipso non significante, sic inuenies. Primum precipe, ut ipsum numerum triplicet. Deinde triplicationis summam in duo diuidat. Postea, an pares sint partes, interroga. Si autem im-

pares fuerint, unum retine; et ut maiorem partem triplicet, iterum precipe, et summam in duo diuidat. Que si interrogatus responderit esse imparia, tu duo retine, que cum priore uno agregata tria fiunt. Deinde ut de ipsa parte in maiore nouem reiciat, precipe; et iterum alios nouem; et sic donec non remaneat unde nouem reiciat. De unoquoque autem nouem tu quatuor accipe, qui agregati cum primis sunt numerus, quem occultauit. Aut si de parte maiore nouem eicere non potuerit, primi tres erunt numerus occultus: aut si utraque

fol. 109 verso, col. 1.

diuisio fuerit per paria, tu nichil accipies; sed quater|narii unus, uel plures sumpti de noueuario uno uel pluribus numerus occultus erit. Quociens autem diuisio fuerit per imparia, de prima accipe *.xnxivi.*, de secunda *dxp*. Verbi gratia: si binarius numerus quem occultat, triplicatus autem efficit .6. Senarius uero in duo equa diuiditur. Cuius iterum altera pars triplicata effiicit nouem, qui diuiditur in duo inequalia. Vnde quia secunda diuisio est duo retineo. Et quia de parte maiore nouem non possunt reici *.dxp.*, quos te *.dinxli.* *.fxt. n∵f. pccxle* ∴ *z. hpc.* sunt quod pro *.ppfxliny:;* Item in *.1lzc534cc5ltintz.*, quot solidos habeat dic, ut decius tot singulos, uel tot binos, uel ternos; et huiusmodi quot uolueris accipiat. Et de omnibus tuis nummis unum aliquid, utpote galinam unam, uel aliquid hoc modo emat. Deinde de omnibus suis solidis, secundum idem pretium, quot potuerit galinas emat. Tu ergo tunc diuide solidum in numerum quem sibi dedisti, uidelicet in unum, uel duo, uel tres; et exeunti de diuisione numero adde unum; et quod exit a dicto uno est numerus eorum qui emuntur. Verbi gratia: ponamus quod occultet quinque solidos, acceptis de meis totidem nummis quot sunt solidi, scilicet .5., galina una ematur; et secundum idem precium de suis solidis duodecim galine emuntur. Diuide ergo solidum in .12. nummos in numerum quem sibi dedisti, scilicet unum, exibit .12.,

qui est numerus galinarum emptarum. Si uero binos dedisses, galine sex essent; aut si ternos, essent quatuor; et sic de ceteris.

Si aliqua duo equalia occultantur, et de uno eorum duo accepta alteri addantur, et de augmentato equale residuo addatur, necessario quatuor remanebunt. Aut si tres, necessario sex, et ita semper remanet duplum ejus, quod primo accipitur. Verbi gratia : si occultantur .5. solidi in una manu, et quinque in | alia ; duos acceptos de una appone aliis quinque, et fiunt .7. in una, remanentibus tribus in alia. Cum ergo de septem acceperis equale residuo, id est tribus, necessario quatuor remanent. fol. 110 recto, col. 1.

Queritur, cur non omnis, uel plurimos numeros propriis nominibus designamus; uel cur non semper per adiectionem nouorum, sed post decem per repeticionem priorum semper numeramus. Ad quod dicitur quia non fuit possibile, ut omnes numeri prima nomina haberent. Idcirco quod numerorum in infinitum crescit multitudo; nominum autem in qualibet lingua infinita non potest esse inuentio. Cum enim in omni lingua certa et terminata sint instrumenta ; et eorum definite naturaliter modulationes, quibus uox articulata formatur; et unde litterarum figure apud omnes gentes, et earum uarie, sed diffinite sunt, secundum ordinem preponendi et postponendi ad representandum rerum omnium nomina compositiones, necessario omnes numeri, cum sint infiniti, nomina non potuerunt, nec debuerunt habere singuli. Precipue cum et homines in omni pene re numeris utentes nimis impedirentur, si in numerationibus suis infinitam numeralium nominum multitudinem in promptu semper habere numerandi necessitatem cogerentur. Idcirco necesse fuit, infinitam numerorum progressionem certis limitibus terminare, paucis nominibus illos designare, ne cogeretur homo in numerando per nonas additiones, tam numerorum quam nominum, semper procedere; sed per re-

ceptionem priorum breuem quantumlibet summam paucis nominibus possit comprehendere. Vnde cum omnes numeros habere nomina fuerit impossibile, et alios necesse ratio exegit natura predicante, ut ex omnibus numeris soli .12. nomina haberent tres limites, uidelicet denarius, centenarius et millenarius, et nouem primi numeri, ab uno usque ad nouem infra decem constituti. Quam rationem nouenarius pre aliis omnibus numeris proprio priuilegio merito uindicauit, utpote continens in se omnes pene species numerorum, et numefol. 110 *recto*, col. 2. ralium proportionum. In ternario etenim quamuis deo | dicato predicta ratio consistere non debuit, quia sibi deerat primus perfectus, qui est senarius. Sed nec propter hoc in senario, quia deerat ei primus cubus, quibus est octonarius. Sed nec ideo in octonario, quia deerat ei prima uera superficies, que est in nouenario. Ex hac ergo plenitudine uirtutum nouenarius promeruit, ut in se ratio numerandi, et numeros appellandi consisteret ultra, quam nisi tres tantum limites nullus numerus proprium nomen haberet. Numerum, cum ad instar nouenarii, tam celestia quam terrestria, tam corpora quam spiritus, formata et ordinata esse uideantur. Nouem enim sunt spere celestium corporum. Nouem etiam sunt ordines celestium spirituum. Nouem etiam complexiones omnium corporum. Nouem igitur debuerunt esse compositiones numerorum, in quibus solis tota consisteret infinitas numerorum, sicut ex complexionibus nouem uniuersitas corporum. Sicut enim in complexionibus una est equalis, et altera inequalis; una uero tantum temperata, sic et in numeris unus est par, alius impar; et inter omnes sola est unitas ex nulla parte sibi dissimilis semper eadem, semper equalis. Sicut creature a similitudine sui creatoris qualicumque modo non recederet, dum intra illum numerum se continent, quia primo impari in se multiplicato generant, qui post unitatem Deo solus consecratus est; quia numero Deus

impare gaudet. Vnde et soli tres limites preter nouenarium inter illos nomina sortiti sunt, ut per hoc uidelicet trinitatis, qui uetus limes est omnium .α. et .ω., principium et finis, qualemcumque similitudinem teneant, et a radice nouenarii numquam recedant. Idcirco igitur non postulauit, ut quia uniuersitas rerum intra nouenarium continetur; similiter et numerorum infinitas intra nouenarium coarctaretur nouem, et nominibus designaretur, et nouem figuris representaretur. Omne enim exemplum similitudinem sui retinet exemplaris. Alioquin non esset alterum alterius exemplar uel exemplum. Et quia, ut predictum est, pene omnia condita sunt ad instar nouenarii; ipsa quoque numerorum infinitas rationabiliter debuit sub nouenario coarctari, ut | numerus etiam ab ea forma non discederet, ad quam creator cuncta componeret, et quam a numero rerum uniuersitas mutuaret. Vnde et homines primeuam naturam immitantes, nonnisi solis nouem numeris nomina imposuerunt; et ad omnes representandos non nisi nouem figuras ad inuenerunt. Sed quia quedam species numeri adhuc deerat, quam nouenarius inter se non continebat, scilicet numerus superfluus, qui primus est duodenarius. Ideo post nouenarium tribus tantum limitibus nomina sunt composita, ut nouenarius cum radice sua, scilicet ternario, omnes dignitates, et proprietates numeri inter se continent. Et nichil proprietatis, nichil misterii in numeris possit inueniri, quod in toto nouenario cum radice sua non uidetur contineri. Cum igitur non omnes, nec plurimi, sed pauci numeri propriis nominibus necessario fuerant designandi; propter predictas causas nouem tantum numeris, et tribus limitibus nomina sunt indita, vt per commoditatem paucitatis humanis usibus melius deseruirent, et rerum occulta misteria quibuscumque signis exprimerent, et a nature rationibus non discederent: de hiis actenus.

fol. 110 *verso*, col. 1.

Vnitas est origo, et pars numeri. Omnis enim numerus

naturaliter ex unitatibus constat; et ipsa omnem numerum natura precedit: quoniam simplex est; et quia simplex est, ideo per multiplicationem sui nichil nisi id, per quod multiplicatur generare potest; quod non fit in aliis, qui simplices non sunt. Ex cuiuslibet enim numeri multiplicatione in se uel in alium, necesse est, alium prouenire diuersum: vnitas autem per se multiplicata non generat nisi se: semel enim unum, unum est. Per quem enim numerum multiplicaueris, non nisi ipsum, per quem multiplicas, efficis: et quia nullus ex ea generatur, nisi ille in quem prius ipsa multiplicatur; idcirco in principio cum nichil esset, cui ipsa adiungi posset ad generationem primi numeri, necesse fuit, ipsam in se congeminari, et a se quodam modo alterari, ut ex se ipsa, et ex se altera, quasi ex diuersis, posset aliquid generari. Et hec est prima numeri generatio, que apparet in binario. Vnde et principium alteritatis dicitur; quoniam ex unitate
fol. 110 verso, col. 2. alterata genitus est. Ideo est sibi soli, et nulli | alii contingit, quod ex sui in se multiplicatione itidem quod ex agregatione prouenit. Non enim constat ex numero. Et quoniam preter binarium adhuc non erat nisi unitas; ideo ipsam binario tamquam uir femine iungitur. Ex quorum copula ternarius nascitur, qui post unitatem primus impar, et masculus uocatur. Numerus etenim par femina dicitur quasi mollis; eo quod facile soluitur; sed masculus inpar quasi fortis indiuisibilis. Vnitas autem nec par, nec impar est actu. Vnde unitas in se nec femina, nec masculus est actu, sed potestate utrumque. Vnde quando cum femina iungitur, inde masculus, scilicet impar, generatur. Quando uero cum masculo coit, feminam, quia parem gignit. Vnde ex prima generatione unitatis non nisi femina nascitur, scilicet par, quia binarius. Docebat enim, ut unitas in procreatione prime sobolis, non nisi uice uiri, scilicet dignioris uteretur. Et ex ea quasi uiro femina nasceretur. Prima etenim femina ex uiro non primus

uir ex femina. Vnde in secundo gradu, quoniam unitas femine, scilicet binario iungitur, ternarius, qui est masculus, generatur.

In tertio uero gradu unitas coniungitur masculo, et femina procedit, scilicet quaternarius. Similiter in ceteris usque in infinitum. Vnde unitas nec debuit esse par, nec impar. Quia si par tantum esset quando paribus iungeretur, sicut ex coniunctione duarum feminarum nichil procrearetur. Si uero impar tantum esset imparibus iuncta, tanquam masculus cum masculo, nichil procrearet. Vnde necesse fuit, ut neutrum esset actu, sed potestate utrumque; ut cum secundum utriusque sexus potestatem omnibus nascentibus uicissim iungeretur, feconda numerorum sololes in infinitum propagaretur.

Sed quia numerorum prima et naturalis generatio, secundum predictum modum uidebatur sine fine multiplicati, placuit postmodum diligentie quorumdam hominum, eam ad instar humane generationis quibusdam certis gradibus, et limitibus terminari: hominum etenim sicut et numerorum generatio ab uno, secundum sexum geminato per masculum et feminam descendens in infinitum progreditur; sed humana cura post modum gradus, et limites adinuenit, quibus cognationes inter homines designauit. Vt | licet ab uno fol. 111 *recto*, col. 1.
se omnes eque descendisse cognoscerent; tamen propter assignatos gradus alii ad alios pocius pertinere cognationis gratia non dubitarent. Et de uno genere esse dicerentur quicumque sub eisdem cognationis gradibus inuenirentur. Similiter et in numeris post naturalem eorum compositionem, et essentiam humana industria radicis nodos et limites, sicut in hominibus truncos et gradus adinuenit; et numerorum generationes per nouenarios destincxit. Vt numeri qui ex eodem limite nascerentur usque ad nonum gradum. Omnes uno cognationis nomine communi ad aliorum differentiam uocarentur. Qui autem aliquem nouenarium excederent, ad aliam omnino cognationem pertinere se se cognoscerent. Vnde ad

distinguendas huiusmodi numerorum cognationes humana adinuentio quosdam appellauit digitos, quosdam articulos, quosdam uero compositos. Illos autem, ex quibus omnes isti nascuntur, uocauit limites, quasi singularum generationum primos parentes. Illos enim quos in prima creatione per agregationem sui unitas genuerat, usque ad nouem digitos, quia ab unitate primo genitos uocari instituit. Et hic primus nouenarius digitorum siue unitatum diceretur. Cuius nouenarii primi unitas limes; et primus esset, ut pote, quos primum ex se unitas genuisset. Post hunc autem sequitur secundus nouenarius, qui est decenorum, siue articulorum. Et hujus nouenarii sicut et primi limes unitas est, sed decupla primi. Post hunc uero nouenarium decenorum sequitur tercius nouenarius centenorum. Cuius quoque limes unitas est, sed decupla secundi. Post hunc autem tercium sequitur quartus nouenarius milenorum, cuius quoque limes unitas, sed decupla tercii; et sic usque ad infinitum.

Et quia omnes numeri ab unitate sunt geniti, merito ipsa etiam constituta est limes omnium nouenariorum pro uarietate positionum. Videlicet ut que ex se species omnium genuerat numerorum, eadem etiam limes esset limitum pro diuersitate locorum. Vnde in principio omnium generationum prima, et limes ponitur, ut ex hoc cunctorum mater esse comprobetur. Vnde fit, ut unitas sicut in prima creatione natura primus limes per agregationem sui cum ipsis genuerat digitos; sic etiam in secunda institutione placuit, ut ipsa eadem omnis limes agregata primis generet compositos, multiplicata per primos procreet articulos: digiti ergo sunt dicti
fol. 111 *recto*. col. 2. nu|meri, qui ab unitate usque ad nouem naturaliter sunt geniti. Articuli uero, qui per multiplicationem primorum a ceteris limitibus generantur. Compositi uero numeri dicuntur qui ex digitis, et limitibus siue articulis simul iunctis nascuntur dicti compositi, tanquam ex diuersis generibus pro-

creati. Vnde et a quibus substantiam sortiuntur, eorum etiam et proprietatem sequuntur. Cum enim dicitur .12., uel .23., uel centum uiginti ex digito et limite, uel ex articulo compositi sunt; sed quod est in eis de limite, uel articulo in ui limitis, uel articuli sumitur, scilicet pro decem, uel pro .20., uel pro ·c. Quod autem de nouenario digitorum est, pro tot unitatibus sumitur, quot in ipso contineri uidentur.

Omnes itaque nouenarii ad instar prioris ordinati sunt. Vnde singuli habent unitates; limites, habent binarios suos, habent ternarios suos; et sic usque ad nouem consequenter singulos sic subiecta dispositio declarat:

differentia cencies milies milenorum	differentia decies milies milenorum	differentia milies milenorum	differentia cencies milies milenorum	differentia decies milenorum	differentia millenorum	differentia centenorum	differentia decenorum	differentia unitatum sive digitorum
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9

Sicut enim in primo limite bis unum faciebat binarium unitatum, ita in secundo limite bis decem efficit binarium decenorum, qui est .20.; et in tercio limite bis centum binarium centenorum, qui est ducenti; et sic in singulis per singulos usque ad nouem : et quia ex numeris nichil nisi per agregationem, aut multiplicationem primi nouenarii nascitur. Idcirco in omnibus in se iteratur, et omnibus prior esse comprobatur, quia ante omnes genitus naturalem adhuc institutionem seruare uidetur. Vnde et ipsa unitas , que est omnium, in quocumque limite fuerit, siue per agregationem, siue per multiplicationem iuxta numerum primo genitorum non nisi nouem tantum numeros gignit.

Sed quia post nouem naturali ordine decem sequitur, et ipsa semper post nouem nisi in primo limite humana institutione posita inuenitur. Idcirco necesse est, ut per unitatem | post primum nouenarium positum decem significentur; et sic ipsa ex natura loci in denarium genita secundus limes fiat decenorum, sicut prius multipliciter limes fiat unitatum , ut eadem esset mater articulorum , siue compositorum, quam constabat, matrem etiam fuisse digitorum. Et quia post nouem semper decem naturaliter sequitur, in quo loco semper unitas ponitur; ideo post nouenarium decenorum sequitur iterum unitas, tercius limes , qui est decenorum ; et sic semper post quemlibet nouenarium unitas sequitur limes sequentium. Quoniam autem omnis limes, excepto primo precedente, nouenarium sequitur; ideo ipse factus denarius precedentis limitis semper decuplus inuenitur ; quia ipse post quemcumque nouenarium fuerit ex decuplatione precedentis limitis nascitur. Et quia omnes articuli ex multiplicatione sui limitis per primos nascuntur, necesse est, ne de genere uideantur, ut suorum limitum regulam sequantur. Videlicet ut sicut limites decupli sunt precedentium limitum, ita et qui ex eorum multiplicatione numeri nascuntur, pre-

fol. 111 *verso*, col. 1.

cedentium numerorum decupli similiter inueniantur. Sicut enim secundus limes decuplus est primi, ita et articuli decenorum decupli sunt digitorum. Et sicut limes tertius decuplus est secundi, ita et articuli centenorum decupli sunt ad articulos decenorum. Sic semper sequentes limites articuli compositi, qui interiacent, decupli sunt precedentium limitum articulorum compositorum singuli singulorum. Omnes itaque limites, et articuli et compositi sicut et digiti sub nouenario sunt constituti, ita ut primus nouenarius sit digitorum; secundus articulorum; tercius compositorum; et sic ceteri huiusmodi. Sic ergo placuit, ut omnis numerus in nouenarium, quasi in ultimum gradum sui generis terminaretur. Et post nouenarium unitas precedentis limitis decupla; quia post nouem decima omnium nouenariorum limes constitueretur. Et sic per generationes suas a limitibus, tanquam a progenitoribus suis descendens, numerorum fecunda progenies tota per nouenos gradus distincta in infinitum extenditur. Sic nouenarius principatum tenet in omnibus infinita restringens, restricta distinguens. Qui tamen a limite incipit, et limite terminatur, ut non ipse auctor rerum, sed in animo auctoris rerum exemplar fuisse ostendatur. Vnde et ipse a ternario in se multiplicato generatur. Qui enim cuncta condidit, ipsum quoque fecit; ad cuius exemplar cetera formantur. Omnia enim Deus fecit in numero, pondere, et mensura. Vnde et ipsum numerum, si factus est ad | numerum, fecit ut numerus leges numeri non excederet; ad cuius formam cetera componi debent. Sed numerus ad quem numerus creatus est, sic quidem increatus est. fol. 111 *verso*. col. 2

Multiplicationis scilicet .8. species, et totidem diuisiones : aut enim multiplicamus integros per integros, aut fractiones per fractiones, aut fractiones per integros, aut integros per fractiones, aut fractiones et integros per integros, aut fractiones et integros per fractiones, aut integros per integros

et fractiones, aut fractiones per integros et fractiones. Quociens par uel impar numerus parem, uel par imparem multiplicat, par prouenit. Si uero impar imparem, impar exit.

Diuide minuta per minuta, uel secunda per secunda, uel tercia per tercia, vel quarta per quarta, uel quinta per quinta, uel sexta per sexta; quicquid prouenit, erunt gradus: quare quia unumquodque istorum numerorum multiplicatum in gradus, quicquid prouenerit, erit de genere eiusdem fractionis. Et si minuta diuiserint secunda, uel secunda tercia, uel quarta quinta, uel quinta sexta, uel tercia sexta; quicquid exierit de diuisionibus, erunt denominata a fractionibus majoribus.

